

基于模态分析的土石路基回弹模量评定方法

侯明振¹, 葛玉宁², 邓建营³, 王春祥¹, 姜益顺², 曹卫东^{*4}

1. 山东东方路桥建设有限公司, 山东 临沂 276000; 2. 山东省路桥集团有限公司, 山东 济南 250061; 3. 山东高速基础设施建设有限公司, 山东 济南 250002; 4. 山东大学齐鲁交通学院, 山东 济南 250002)

摘要: 为探讨土石路基回弹模量的一种快速测定及评价方法, 将压实的路基视为一个多自由度系统, 基于试验模态分析理论, 通过锤击法和承载板法分别进行了土石路基振动模态和回弹模量测试。采用 Levy 法识别得到路基的固有频率和阻尼比, 建立了 2 个模态参数与路基回弹模量间的经验方程。结果表明, 路基模态的 1~3 阶固有频率、1~3 阶阻尼比与回弹模量相关性显著, 表明可利用压实路基的模态参数实现路基回弹模量的快速评定。实际应用时, 可先通过试验路段建立与选定路基模态参数和回弹模量相关性最强的回归方程, 然后在正式路段上通过振动模态测试与方程即可得到回弹模量。

关键词: 道路工程; 土石路基; 模态分析; 固有频率; 阻尼比; 回弹模量
[中图分类号] U416.1 [文献标识码] A [文章编号]

删除[CWD2020]: 路基;

Assessment Method of Resilient Modulus for Earth-rock Subgrade Based on Modal Analysis

HOU Mingzhen¹, GE Yuning², DENG Jianying³, WANG Chunxiang¹, JIANG Yishun², CAO Weidong^{*4}

(1. East Highway and Bridge Construction Corporation of Shandong, Linyi, Shandong 276000, China; 2. Shandong Luqiao Group Co., Ltd., Jinan, Shandong 250061; 3. Shandong Expressway Infrastructure Construction Co., Ltd., Jinan, Shandong 250002, China; 4. School of Qilu Transportation, Shandong University, Jinan, Shandong 250002, China)

Abstract: In order to explore a rapid method for determining the resilient modulus of earth-rock subgrade, the compacted road subgrade was considered as a multi-degree-of-freedom system. Based on the experimental modal analysis theory, the vibration modal and resilient modulus tests of earth-rock subgrade were carried out using the hammering method and load-bearing plate method, respectively. Levy method was used to identify the natural frequency and damping ratio of the subgrade, and the empirical equations between the two modal parameters and the resilient modulus of the subgrade were established. The results show that the 1st to 3rd natural frequencies, the 1st to 3rd damping ratios of the subgrade correlate significantly with the resilient modulus, indicating that the modal parameters of the compacted subgrade can be used to achieve rapid assessment of the resilient modulus of the subgrade. In practice, the regression equation with the strongest relevance between the selected modal parameters of the subgrade and the resilient modulus can be established through trial section at construction site, and then the resilient modulus can be obtained through the vibration modal test and the equation on the normal section.

Keywords: roads; earth-rock subgrade; modal analysis; natural frequency; damping ratio; resilient modulus

删除[CWD2020]: subgrade;

[收稿日期]2023-11-28

0 引言

路基作为路面结构的支撑, 应满足强度、变形、稳定性与耐久性的要求。JTG D50—2017《公路沥青路面设计规范》、JTG D40—2011《公路水泥混凝土路面设计规范》都用路床顶面的回弹模量表征路基整体强度与抗变形能力, 并提出回弹模量标准。因此, 路基回弹模量的检测与评定是路基交工验收的重要内容。目前已有的路基回弹模量检测方法主要包括承载板法、贝克曼梁法、落锤

式弯沉仪(FWD)法等^[1]。各种检测方法各有优缺点^[2]: 承载板法是通过承载板对土基逐级加载、卸载的方法, 测出每级荷载下相应的土基回弹变形值, 通过计算求得土基回弹模量, 可供路面设计参数使用; 该方法是最常用的模量检测方法, 适用范围广, 但需多人配合, 且耗时长。贝克曼梁法是通过测试回弹弯沉值来计算求得回弹模量, 该方法需要的设备较简单、价格低廉, 但需寻求标准的加载车, 而且基于完全弹性理论反算的模量需修正。FWD 方法是通过测试的弯沉盆数据反算得到回弹

[作者简介] 侯明振, 高级工程师, E-mail: h1036842320@163.com

[通信作者] 曹卫东, 博士, 教授, E-mail: cwd2001@sdu.edu.cn

模量，虽测试速度快、效率高，但设备价格较高昂，也存在反算公式的复杂性与准确性问题；而便携式落锤弯沉仪（PFWD）虽测试速度较快，但惯性力的存在也会导致测试精度下降^[3]。因此，路基回弹模量的测定方法仍有进一步研究的必要性。

一些学者开展了土石路基回弹模量（或变形模量）与路基压实度间关系研究，模量测试采用PFWD，未涉及模态分析的方法^[4-5]。路基（尤其是土石路基、填石路基）本质上是由散粒体材料压实而成，将其视为一个具有多个自由度的系统应合理，通过施加外界荷载，多自由度系统应表现为多模态特性^[6]。因此，可通过模态分析方法实现路基多模态动力学参数识别，并用于路基力学特性（如回弹模量）的快速测定及评价。

本文首先简要阐述结构振动模态分析的基本原理及方法，然后通过现场土石路基振动与回弹模量测试获得响应与模量数据，采用Levy法识别模态参数，建立模态参数与回弹模量间关系，进而提出基于主要模态参数的路基回弹模量测定及评价方法，可作为路基回弹模量快速评定的一种参考手段。

1 模态分析的基本原理

试验模态分析是一种工程结构检测方法，通过试验测得激励和响应的时间历程，进而可求得结构的频响函数，并通过参数识别求得系统模态参数。如将压实后的路基作为研究对象（通常称为系统），它在外界激励作用下产生的运动称为系统的响应。利用试验模态分析便可求得该系统的模态参数，如固有频率、阻尼比等，这些参数在边界条件确定的前提下，仅与系统本身物理或力学特性有关，如密度和刚度等。因此，不同的路基刚度（回弹模量表征）对应不同的模态参数，即有了模态参数便可表征路基的回弹模量，这是基于模态分析测定路基回弹模量的基本原理^[7]。

1.1 频响函数

频响函数描述的是系统在单位作用力下的响应状态，是试验模态分析的理论依据。系统在外界作用力下的振动响应谱与该作用力力谱的商即为频响函数，如式（1）所示^[8]：

$$H(s) = \frac{X(s)}{F(s)} \quad (1)$$

式中： $H(s)$ ， $X(s)$ ， $F(s)$ 分别为频响函数、系

统响应谱和力谱。

1.2 模态参数识别

对于一个多自由度振动系统，可用一个振动微分方程组描述其振动响应，对该方程组进行理论推导求解，即可获得频响函数的理论表达式。但通过理论表达式直接求解参数较困难，通常采用模态参数识别的频域法来实现，即利用实测的频率响应数据或曲线，根据频响函数模态展开式，求解系统模态参数。频域法主要包括最小二乘圆拟合法、非线性加权最小二乘法、Levy法、直接偏导数法等。由于Levy法对模态重叠严重区域与受到噪声污染的信号具有较好的识别精度^[9-10]，因此本文采用该方法进行模态参数识别。Levy法是将频响函数描述为最高阶数为 $2N-2$ 和 $2N$ 的多项式之商的形式，如式（2）所示：

$$H(s) = \frac{a_0 + a_1s + a_2s^2 + \dots + a_{2N-2}s^{2N-2}}{b_0 + b_1s + b_2s^2 + \dots + b_{2N}s^{2N}} \quad (2)$$

Levy法识别过程是通过实测的频响函数的离散点拟合有理多项式（2），以获取理论值与实测值间的加权误差平方和最小值为目标来确定多项式的系数 a_i 和 b_i 。将 b_i 代入式（2）的分母，求解分母多项式的解，即为复根，形式如式（3）所示，联立两式，计算得到模态频率与阻尼比，如式（4）所示。

$$s_r = -\sigma_r \pm j\nu_r \quad (3)$$

$$\omega_r^2 = \sigma_r^2 + \nu_r^2, \zeta_r = \frac{\sigma_r}{\omega_r} \quad (4)$$

式中： j 为虚数单位； ω_r ， ζ_r 分别为系统的模态频率和阻尼比。

2 测试装置与方法

2.1 锤击测试装置

模态试验中首先要确定结构的激励方式。一般来说，激励方式有单点激励、多点激励和单点区分激励。其中，单点激励是最简单、最常用的激励方式；对中小型结构的模态分析，采用单点激励即可获得满意效果^[7]。本试验采用单点激励方式，考虑到现场测试的实际条件及实施的便利性，采用瞬态脉冲激振，激励装置选用冲击锤。理想状态下，锤击法模态试验可激发出被测结构的所有模态^[11]。为

删除[CWD2020]:

了获得可靠试验结果，对路基进行锤击测试时需保持操作稳定性，为此研制了一种锤击测试装置，构造如图 1 所示，主要由冲击锤、底座、导轨组成。
冲击锤为重 10.7kg 钢球；底座为直径 10cm、厚 1cm 刚性承载板，承载板上部设有一个刚性金属空腔结构，内置力传感器和加速度传感器；装置上部结构由 3 根可活动的金属导轨组成，作用是保证冲击锤的下落轨迹，使得落点在金属空腔结构上部的中心位置。

试验时冲击锤自由下落至金属空腔结构的顶面，力传感器采集力信号，同时路基产生振动，加速度传感器采集加速度信号。

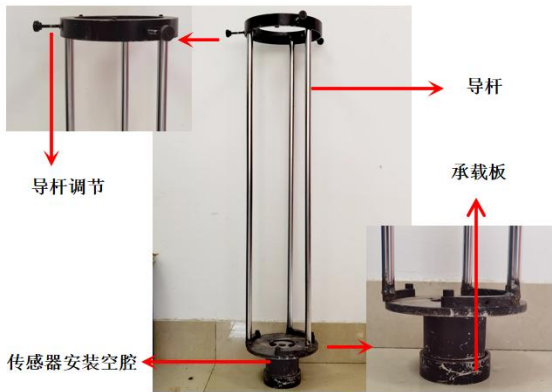


图 1 锤击测试装置

Fig.1 Hammering test device

2.2 信号采集设备

锤击测试装置外部连接有数字信号采集仪、计算机和信号采集控制及分析软件系统,如图 2 所示。数据信号采集器与传感器的主要参数如表 1 所示。

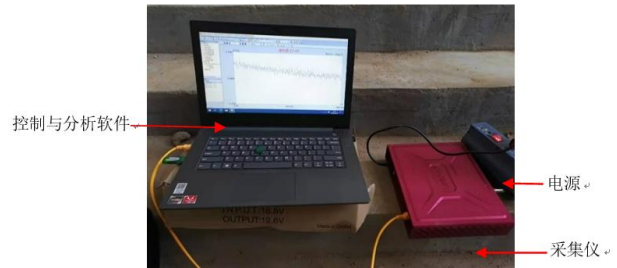


图 2 信号采集仪与信号显示 PC 端

Fig.2 Signal collector and signal display PC terminal

表 1 信号采集仪与传感器主要参数

Table 1 Main parameters of signal collector and sensor

设备	性能参数	数值
应变采集分析仪	采样频率/Hz	1 024
	测量分辨率/（m·s ⁻² ）	0.001
	FFT 块长度（谱线数）	4K（1600）
	电压输入范围/V	±5
	动态范围/dB	120

AD		Σ Δ24 位
工作电压/V		24V±2
灵敏度/（mV·（m·s ⁻² ） ⁻¹ ）		13. 10
加速度传感器	加速度范围/（m·s ⁻² ）	±190
	工作电流/mA	2~10
	工作温度/℃	-40~125
频率范围/Hz		0. 16~5 000
力传感器	灵敏度/（mV·N ⁻¹ ）	2. 5
	测量范围/N	2 000
	输出阻抗/Ω	<100
	激励电流/mA	2-10
	激励电压/V	18-28

3 路基模态与回弹模量测试及分析

3.1 试验设计与测试

现场试验选在某高速公路 K69+240—K70+160 段左幅土石路基的路床区，材料为土石混填，最大干密度 2.197g/cm³，最佳含水率 8.2%，该路段已压实完毕。测点纵向在上述桩号内布置，横向上基本位于路中间且表面平整，总计选定 9 个测点，如图 3 所示。

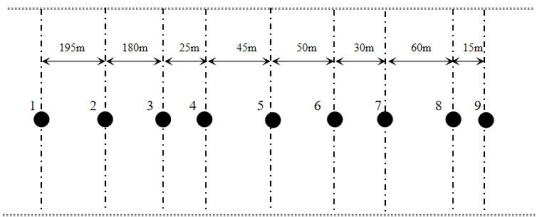


图 3 测点布置示意图

Fig.3 Layout of measurement points

为验证基于模态分析评定路基回弹模量的可行性，在测点处首先进行振动模态测试，然后在同一点采用承载板法测试回弹模量。模态测试的主要步骤为：①在测点处安装并调试锤击测试装置，调整导向杆位置以形成供金属球自由下落的轨道；②安置传感器，在装置底部空腔结构中安装加速度传感器和力传感器，连接信号采集仪，并与装有信号采集及分析软件的 PC 端连接；③锤击测试，将金属锤抬升至指定高度，然后松手让其自由下落，实时采集**加速度振动信号**。回弹模量的测试方法按**JTG 3450—2019《公路路基路面现场测试规程》**执行，**数据处理采用文献[12]提出的方法**。

3.2 试验结果与分析

3.2.1 信号处理及其可靠性

现场试验采集的振动信号为时域信号，而模态分析是基于频域信号，因而需借助快速傅里叶变换

删除[CWD2020]: 11±1. 5

删除[CWD2020]: （VDC）

删除[CWD2020]: -10

删除[CWD2020]: （单位：m）

删除[CWD2020]: (unit:m)

删除[CWD2020]: 得到

(FFT) 工具实现原始信号转换，获得频响函数。考虑到测试现场存在的测量人员误差与环境影响等因素的随机性，测试过程中必然产生噪声。为尽可能减少噪声尖峰的影响，在进行模态参数识别前需首先对原始输出的时域信号进行降噪处理，然后转换为频域函数。实测数据中 4 个测点的频响函数曲线如图 4 所示。

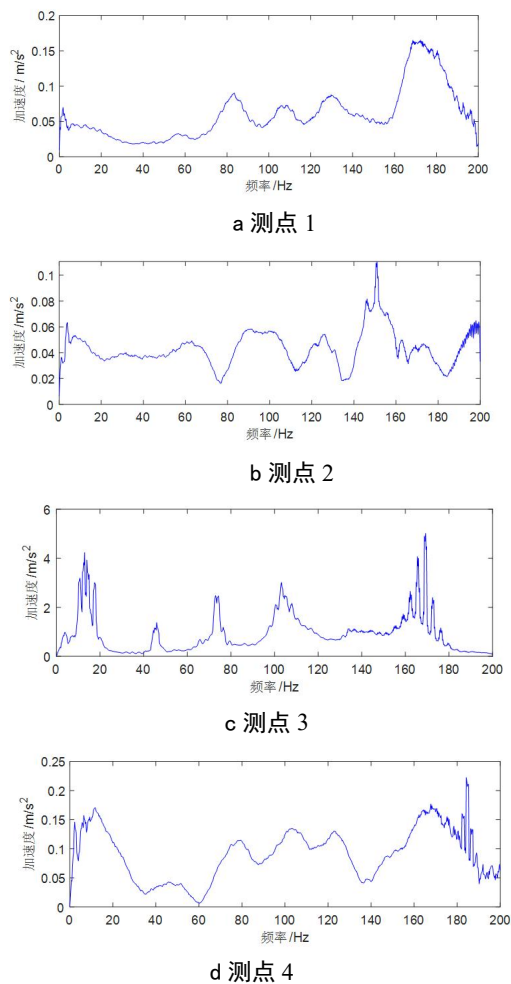


图 4 特征测点测试结果

Fig.4 Test results of measuring points

现场测试数据的可靠性依据相干函数判定。一般认为，频响函数峰值点处的相干函数值 >0.9 是信号可靠的充分条件^[13-14]。经分析，各测点的相干函数均满足要求，频响函数共振峰值处的相干函数值均 >0.95 ，表明该检测施加的冲击力对路基的模态测试可靠。测点 3 测试结果的相干函数（其他测点类似）如图 5 所示。

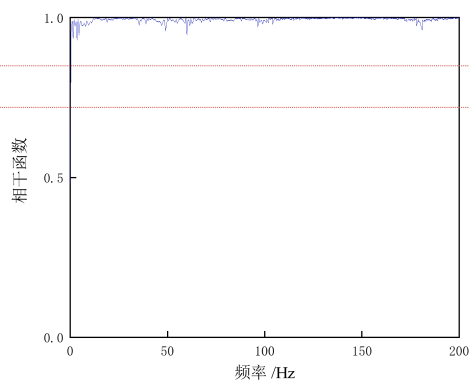


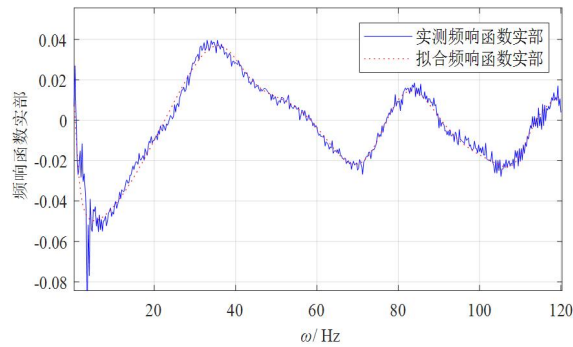
图 5 相干函数

Fig.5 Coherence function

3.2.2 频响函数分析与模态参数识别

由图 4 可看出，各组频响函数均表现出多模态特征，表明每个路基测点视为多个结构单元组成的多自由度体系的合理性；各阶模态间的重叠较多，无法直观判定各阶模态特征；低频区（ $\leq 100\text{Hz}$ ）能量相对较低，高频区（ $\geq 100\text{Hz}$ ）的幅值普遍更大，但高频区受到噪声影响较大，信噪比也更低。众多基于模态试验与模态分析理论的仿真计算研究表明，低阶模态对结构动力特性的表达更加准确，应用价值更高^[15-18]。因此，路基刚度评价更需关注的是低频区的模态（低阶模态）。

基于 Levy 法的频响函数拟合效果如图 6 所示（限于篇幅，仅给出其中的测点 1），参数识别结果如表 2、3 所示。由表 2 可看出，所有测点在区间 0~200Hz 可识别出 5 阶模态，其中，1~2 阶模态主要分布于 0~100Hz，2 阶后的高阶模态分布紧密。由于土石路基材料与压实的变异性，不同测点的同阶固有频率分布较离散，并不集中；同时，由于高阶模态响应的不稳定，拟合效果在 120Hz 后较差，导致各测点拟合结果表现出不同的模态阶数。



a 频响函数实部拟合

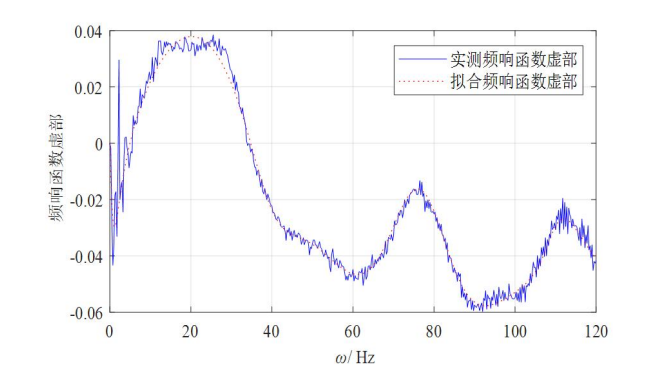
删除[CWD2020]: 误差

删除[CWD2020]: 影响

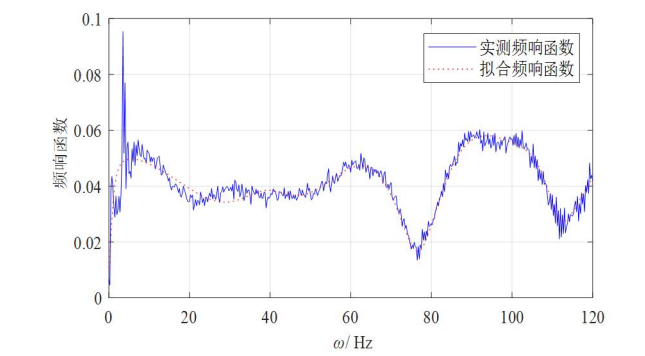
删除[CWD2020]: 由

删除[CWD2020]: 依据

删除[CWD2020]: ,



b 频响函数虚部拟合



c 频响函数拟合

图 6 基于 Levy 法的频响函数拟合（测点 1）

Fig.6 Frequency response function fitting by Levy method（measuring point 1）

表 2 各阶固有频率识别结果

Table 2 Identification results of each mode of natural					
	frequency		Hz		
测点	模态阶数				
	1	2	3	4	5
1	13. 15	59. 02	89. 98	127. 65	147. 75
2	52. 46	90. 60	131. 92	147. 55	161. 89
3	45. 13	72. 56	118. 02	123. 39	144. 02
4	24. 28	40. 29	76. 05	107. 25	135. 73
5	10. 39	41. 42	79. 99	118. 24	140. 16
6	51. 71	80. 48	103. 22	117. 68	144. 22
7	28. 53	70. 49	94. 98	123. 41	149. 03
8	43. 24	80. 98	106. 00	131. 11	159. 31
9	29. 55	53. 44	90. 44	137. 82	150. 56

表 3 阻尼比识别结果

Table 3 Identification results of damping ratio					
测点	模态阶数				
	1	2	3	4	5

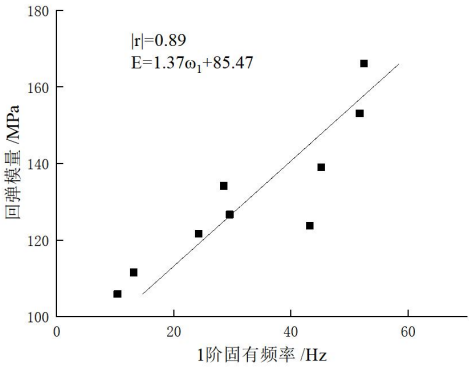
1	0. 071	0. 079	0. 012	0. 016	0. 084
2	0. 478	0. 180	0. 230	0. 034	0. 001
3	0. 251	0. 141	0. 111	0. 024	0. 040
4	0. 012	0. 118	0. 041	0. 095	0. 101
5	0. 023	0. 059	0. 013	0. 015	0. 018
6	0. 230	0. 159	0. 248	0. 093	0. 021
7	0. 148	0. 091	0. 053	0. 008	0. 039
8	0. 129	0. 114	0. 048	0. 025	0. 011
9	0. 142	0. 097	0. 049	0. 043	0. 033

3. 2. 3 相关性分析

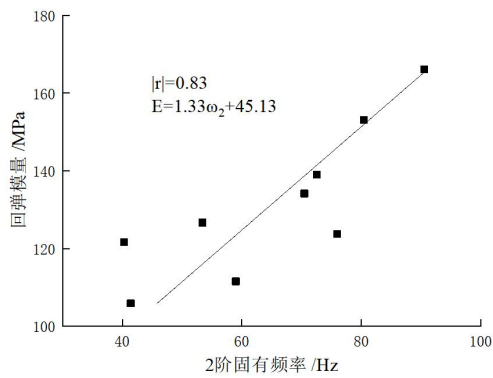
回弹模量测试结果如表 4 所示。采用承载板法测试回弹模量是通过向测点施加静载，测得回弹变形计算得到，是一种静力试验；而锤击法是给测点施加冲击荷载，测试其动力响应，通过模态分析得到受力体的固有参数，2 种方法得到的试验结果从理论上应当存在一定关系。选择每个测点的 1~3 阶模态的固有频率分别与回弹模量进行相关分析，结果如图 7 所示；1~3 阶模态阻尼比与回弹模量的相关关系如图 8 所示。

表 4 回弹模量检测结果

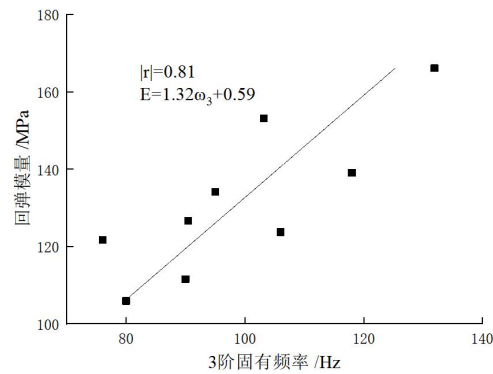
Table 4 Detecting results of resilient modulus		MPa	
测点	模量值	测点	模量值
1	111. 51	6	153. 09
2	166. 09	7	138. 76
3	140. 69	8	123. 70
4	121. 63	9	126. 67
5	105. 91	—	—



a 1 阶固有频率与回弹模量



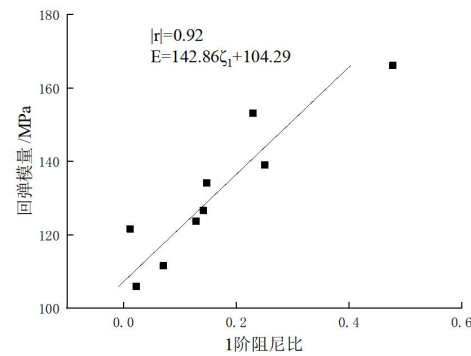
b 2 阶固有频率与回弹模量



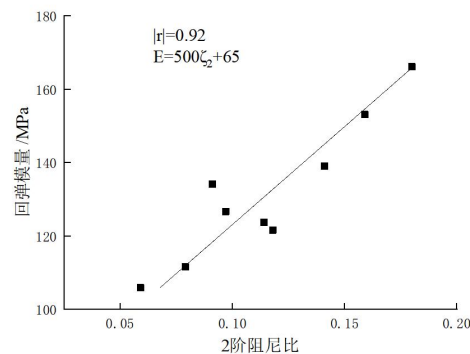
c 3 阶固有频率与回弹模量

图 7 固有频率与回弹模量的相关性

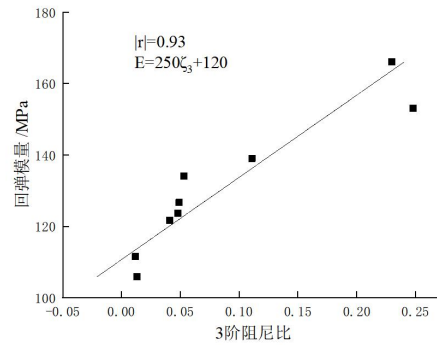
Fig.7 Correlation of natural frequency and resilient modulus



a 1 阶阻尼比与回弹模量



b 2 阶阻尼比与回弹模量



c 3 阶阻尼比与回弹模量

图 8 阻尼比与回弹模量的相关性

Fig.8 Correlation of damping ratio and resilient modulus

图 7 和 8 中, E 为弹性模量, ω 为固有频率, ζ 为阻尼比。由图 7 可看出, 各测点的前 3 阶固有频率与回弹模量均呈良好的正相关关系, 这也验证了系统的刚度增大其固有频率必然增大的一般规律 [19]。从回归方程的相关系数来看, 1~3 阶固有频率与回弹模量的相关系数大于显著性水平 α 为 0.01 时的临界值 ($r_{0.01}(7) = 0.7977$), 可采用此方程检测与评定路基的回弹模量。由图 8 可看出, 1~3 阶模态阻尼比与回弹模量间也呈现良好的正相关关系, 且拟合方程的相关系数均大于显著性水平为 0.01 时的临界值, 故可采用低阶模态阻尼比与回弹模量间的回归方程来预测与评定路基的回弹模量。然而, 这与一般认为阻尼比随着压实材料刚性增大而下降的规律并不一致。已有研究表明, 大粒径碎石掺量的增加将导致压实材料阻尼比的增大, 这可能是阻尼比随回弹模量的增大而提高的原因 [20-21], 后续可通过类似土石路基的测试与分析进一步论证。

通过上述分析表明, 基于模态分析评定路基回弹模量的方法是可行与合理的。在路基工程应用检测时, 需先在试验路段上采用锤击法与承载板法现场测试振动信号和回弹模量数据, 根据上述方法建立二者间可靠的回归方程, 选择相关性最强的方程用于路基刚度的快速检测与评定; 然后在正式路段上通过振动模态测试与上述建立的方程即可快速得到回弹模量, 从而进行路基刚度评定。另外, 在路基材料确定的情况下, 路基的刚度与压实度一般呈正相关关系, 因此, 采用此方法也可用来间接评定路基压实质量。

4 结语

通过自行研制的锤击测试装置开展了土石路基振动模态测试与分析, 同时, 采用承载板法对应

删除[CWD2020]: 采用
删除[CWD2020]: 的方法
删除[CWD2020]: 的

测试了路基回弹模量，建立了模态参数与回弹模量间的关系，得到以下主要结论。

1)土石路基模态的前 1~3 阶固有频率与回弹模量均呈良好的正相关关系，验证了系统的刚度增大其固有频率必然增大的一般规律。

2)土石路基模态的 1~3 阶阻尼比与回弹模量间呈较好的正相关关系，这是由于测试的土石路基含有高掺量的大粒径碎石料所致。

3)采用路基模态测试与分析的方法进行路基回弹模量的快速评定可行与合理，可为路基回弹模量的快速测定与评价提供一种参考方法。

需要说明的是，本文提出的基于土石路基模态分析的路基回弹模量评定方法具有普适性，但不同材料路基得到的相关方程不同，需依据现场测试的数据建立相应的回归方程，论证方程的有效性后再应用。

参考文献:

[1]交通运输部公路科学研究院.公路路基路面现场测试规程: JTG 3450—2019[S].北京:人民交通出版社,2019.
Research Institute of Highway Ministry of Transport.Field test methods of highway subgrade and pavement:JTG 3450—2019[S].Beijing:China Communications Press,2019.
[2] 邱帅华.路基回弹模量检测方法对比研究[J].公路与汽运,2019(2):62-64.
QIU S H. Comparative research of road subgrade resilient modulus testing methods [J]. Highways & automotive applications, 2019(2): 62-64.
[3] 胡庸,杨露,吴佳晔.手持式落锤弯沉仪的系统缺陷研究[J].四川理工学院学报(自然科学版),2011,24(5):568-570.
HU Y, YANG L, WU J Y. Research on the system's defects of PFWD[J]. Journal of Sichuan University of Science & Engineering(natural science edition), 2011, 24(5):568-570.
[4] 郭肖红,罗敏敏,周江.基于模量法评价碎石土路基压实效果的试验研究[J].地基处理,2021,3(2):110-117.
GUO X H, LUO M M, ZHOU J. Evaluation of compaction effect of gravel soil subgrade by modulus method[J].Journal of ground improvement, 2021, 3(2):110-117.
[5] 王龙,解晓光,姜立东.基于PFWD碎石土路基压实快速检测与均匀性评价方法[J].哈尔滨工业大学学报,2013,45(2):66-71.
WANG L, XIE X G, JIANG L D. Compaction quality fast detection and compaction uniformity evaluation of gravel soils

subgrade based on PFWD [J]. Journal of Harbin Institute of Technology,2013,45(2):66-71.
[6] SCHWARZ B J, RICHARDSON M H. Experimental modal analysis [J].CSI Reliability week, 1999, 35(1): 1-12.
[7] 张力,林建龙,项辉宇.模态分析与试验[M].北京:清华大学出版社,2011.
ZHANG L, LIN J L, XIANG H Y. Modal analysis and experimentation [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2011.
[8] 李德葆,陆秋海.实验模态分析及其应用[M].北京:科学出版社,2001.
LI D B, LU Q H. Experimental modal analysis and applications [M]. Beijing: Science Press, 2001.
[9] 杨陈,代洪慧.FFT谱连续细化分析在频域模态参数识别中的应用[J].中国水利水电科学研究院学报,2012,10(4):277-282.
YANG C, DAI H H. Successive zoom FFT spectrum analysis algorithm for modal analysis in frequency domain [J]. Journal of China Institute of Water Resources and Hydropower Research, 2012, 10(4):277-282.
[10] 谢英祺.运行模态分析频域算法理论和实验研究[D].哈尔滨:哈尔滨工程大学,2020.
XIE Y Q. Theoretical and experimental study of frequency domain algorithms for operational modal analysis [D]. Harbin: Harbin Engineering University, 2020.
[11] 陈阳.模态试验技术与实践[M].北京:机械工业出版社,2020.
CHEN Y. Modal testing techniques and practices [M]. Beijing: China Machine Press, 2020.
[12] 刘树堂,曹卫东,李英勇,等.承载板测土基回弹模量关键技术分析与新计算方法[J].中国公路学报,2014,27(1):23-29.
LIU S T, CAO W D, LI Y Y, et al. Key technique and new calculating method for resilient modulus of subgrade measured by bearing plate[J]. China journal of highway and transport, 2014, 27(1):23-29.
[13] 黄红华.固井水泥车副车架模态试验与分析[J].仪器仪表与分析监测,2019(2):40-43.
HUANG H H. Modal test and analysis of auxiliary frame of cementing truck[J]. Instrumentation • analysis • monitoring, 2019(2):40-43.
[14] 余建新,赵鹏,谭惠丰.虚假模态参数识别试验研究[J].哈尔滨工业大学学报,2012,44(7):47-50.

设置格式[CWD2020]: 字体: (默认)宋体, 小五, 图案: 清除(自动设置), 字体颜色: 自动设置, 字距调整: 二号

YU J X, ZHAO P, TAN H F. Experimental research on false modes parameter identification [J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2012, 44 (7) :47-50.

[15] 罗庆怡, 梅琦, 胡晓兵, 等. 基于 750 动力头变速箱模态分析的拓扑与尺寸联合优化[J]. 机械强度, 2022, 44 (6) :1357-1364.

LUO Q Y, MEI Q, HU X B, et al. Joint optimization of topology and size based on modal analysis of 750 power head gearbox [J]. Journal of mechanical strength, 2022, 44 (6) :1357-1364.

[16] 宋丹青, 董利虎, 陈卓, 等. 基于模态分析的大型均质岩质边坡动力响应特征研究[J]. 郑州大学学报(工学版), 2021, 42 (2) :1-6.

SONG D Q, DONG L H, CHEN Z, et al. Dynamic response characteristics of large homogeneous rock slopes based on modal analysis [J]. Journal of Zhengzhou University (engineering science) , 2021, 42 (2) :1-6.

[17] 赵鑫, 邢壮, 孙天宇, 等. 基于试验模态分析的某导弹振动夹具动态性能分析[J]. 环境技术, 2020, 38 (6) :216-220.

ZHAO X, XING Z, SUN T Y, et al. Research on dynamic characteristics of vibration fixture for a missile based on experimental modal analysis[J]. Environmental technology, 2020, 38 (6) :216-220.

[18] 高继东, 李洪亮, 王海洋. 轮毂处边界约束对扭力梁悬架系统低阶模态的影响分析[J]. 汽车技术, 2016 (8) :27-30.

GAO J D, LI H L, WANG H Y. Effect analysis of wheel hub boundary constraints on the low-order modal of torsion beam suspension system [J]. Automobile technology, 2016 (8) :27-30.

[19] 邹锦华, 李碧坤, 陈伟, 等. 交通荷载作用下钢弹簧浮置板隔振道路设计参数研究[J]. 土木与环境工程学报(中英文), 2020, 42 (4) :124-134.

ZOU J H, LI B K, CHEN W, et al. Design parameters study of vibration isolation road of steel spring floating slab under traffic load[J]. Journal of civil and environmental engineering, 2020, 42 (4) :124-134.

[20] SHAFIEE A, GHATE R. Shear modulus and damping ratio in aggregate-clay mixtures: an experimental study versus ANNs prediction [J]. Journal of applied sciences, 2008, 8 (18) : 3068-3082.

[21] MEIDANI M, SHAFIEI A, HABIBAGAH G, et al. Granule shape effect on the shear modulus and damping ratio of mixed gravel and clay[J]. Iranian journal of science & technology, 2008, 32 (B5) :501-518.

[*通信作者] 曹卫东, 博士, 教授。主要从事道路工程材料与路面结构的科研与教学工作。主持及参与国家与省部级项目 5 项、山东交通科技及企业重大委托项目 50 余项; 获省部级科技进步二等奖 4 项; 发表学术论文 50 余篇, 其中 SCI 及 EI 收录 30 余篇。邮箱: cwd2001@sdu.edu.cn, 电话: 13864062641

删除[CWD2020]: transaction B

删除[CWD2020]: , engineering,

修改说明

尊敬的评审专家与编辑：

我们根据专家意见对论文进行了修改与完善，说明如下：

本研究主要针对土石路基开展的，是依托当时在建的临淄至临沂高速公路进行的现场试验。限于当时的研究时间及现场工程实际情况等，未再及时开展其他路基的检测及评定。因此，修改稿的论文题目及正文中加上了“土石”，这样研究更加聚焦，也具有针对性。

本文旨在提出一种基于模态分析的路基回弹模量快速评定方法，该方法具有普适性，可用于其他路基材料，但得到的相关方程肯定有所差异，文中最后也做了补充说明。修改之处在文中已用红色字体标出。

以上修改如有不当之处，还请批评指正，并及时联系再修改。

祝好！

曹卫东