

DOI: 10.7672/sgjs2025020050

# 消能摇摆结构地震作用弹性计算方法\*

张文津<sup>1,2</sup>, 李国强<sup>2</sup>, 张昊<sup>1</sup>, 高邦正<sup>3</sup>, 贾宝莹<sup>1</sup>, 王战士<sup>1</sup>

(1. 中建八局浙江建设有限公司, 浙江 杭州 311200; 2. 同济大学土木工程学院, 上海 200092; 3. 浙江大学国际联合学院, 浙江 海宁 314400)

[摘要] 消能摇摆结构由主体框架结构、摇摆结构和耗能构件组成。在地震作用下, 摇摆结构能抑制薄弱层的影响, 提高结构抗震性能。耗能构件在设防地震作用下保持弹性, 为整体结构提供抗侧刚度; 而在罕遇地震作用下, 其发生塑性变形以耗散能量。提出脚部附加刚度的剪切层-弹性弯曲杆模型, 采用连续连梁法推导均布荷载与倒三角荷载作用下结构弹性计算公式。通过与有限元结果对比, 验证了计算方法的准确性。改进顶部附加地震作用系数计算方法, 提出消能摇摆结构地震作用弹性计算方法, 并验证该方法的有效性。研究表明, 地震作用弹性计算方法能相对准确地计算消能摇摆结构内力和变形。相比于底部剪力法, 提出的地震作用弹性计算方法精度更高, 能更准确地反映了高阶振型的影响。

[关键词] 消能摇摆结构; 抗震性能; 变形; 弹性计算方法

[中图分类号] TU758.11

[文献标识码] A

[文章编号] 2097-0897(2025)02-0050-08

## Elastic Calculation Method of Seismic Action for Energy Dissipation Rocking Structure

ZHANG Wenjin<sup>1,2</sup>, LI Guoqiang<sup>2</sup>, ZHANG Hao<sup>1</sup>, GAO Bangzheng<sup>3</sup>,  
JIA Baoying<sup>1</sup>, WANG Zhanshi<sup>1</sup>

(1. Zhejiang Construction Co., Ltd. of China Construction Eighth Engineering Division, Hangzhou, Zhejiang 311200, China; 2. College of Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 3. International Campus, Zhejiang University, Haining, Zhejiang 314400, China)

**Abstract:** The energy dissipation rocking structure is composed of main frame structure, rocking structure and energy dissipation components. Under the action of seismic, the rocking structure can suppress the influence of weak layers and improve the seismic performance of the structure. The energy dissipation components remain elastic under the action of fortification earthquake, providing the lateral stiffness for the overall structure. It undergoes plastic deformation to dissipate energy under rare earthquakes. The shear layer-elastic bending rod model with additional foot stiffness is proposed, and the elastic calculation formula of the structure under uniform load and inverted triangle load is derived by using the continuous coupling beam method. By comparing with the finite element results, the accuracy of the calculation method is verified. The calculation method of additional seismic action coefficient at the top is improved, and the elastic calculation method of seismic action for energy dissipation rocking structure is proposed, which verifies the effectiveness of the method. The research shows that the structural elastic calculation method can calculate the internal force and deformation of the energy dissipation rocking structure relatively accurately. Compared with the bottom shear method, the proposed elastic calculation method of seismic action for energy dissipation rocking structures is more accurate and reflects the influence of high-order modes more accurately.

**Keywords:** energy dissipation rocking structure; seismic performance; deformation; elastic calculation method

\* 上海市 2024 年度“科技创新行动计划”启明星项目(24QB2707500)

[作者简介] 张文津, 工程师, E-mail: 1150744@tongji.edu.cn

[收稿日期] 2024-09-01

## 0 引言

普通框架结构在地震作用下呈剪切型变形,若塑性发展不均匀易在局部形成薄弱层。如果为框架结构提供附加刚度和附加耗能构件,框架结构转变为消能摇摆结构<sup>[1]</sup>,抑制薄弱层影响的同时,还可在摇摆结构脚部布置耗能构件,从而提升整体结构延性与抗震性能。

关于消能摇摆结构体系减震效应的理论研究,可追溯到1960年的智利大地震,Housner<sup>[2]</sup>对于摇摆高位水箱减震效应的讨论,开创了摇摆减震体系研究的先河。1978年,Meek<sup>[3]</sup>分析了框架-摇摆剪力墙体系动力响应。2004年,MacRae等<sup>[4]</sup>提出了能反映摇摆结构约束效应的评价指标——层间位移集中系数(drift concentration factor, DCF)。2010年,Hwasung等<sup>[5]</sup>进行了混凝土摇摆柱破坏全过程研究。2010年,曲哲等<sup>[6-7]</sup>总结了摇摆墙-框架结构抗震设计方法,并以东京工业大学G3教学楼改造项目为例,阐述了摇摆结构良好的减震性能。2015年,Pan等<sup>[8]</sup>推导了摇摆-框架体系基本方程,评估了摇摆结构刚度对体系变形模式约束效应的影响。2016年,Grigorian等<sup>[9]</sup>基于摇摆墙刚性假定,推导了楼层离散模型计算方法。

消能摇摆体系按转轴位置分为两类:摇摆中心固定和摇摆中心移动。1993—1999年,Priestley等<sup>[10-11]</sup>提出采用预应力钢筋连接混凝土梁和节点的摇摆体系。2004年,Ajrab等<sup>[12]</sup>系统研究了附带交叉钢索的摇摆墙框架体系,并对其侧向刚度、阻尼比、承载力需求谱、性能目标进行系统研究。摇摆中心移动是指摇摆过程中转轴位置发生变动。1999—2005年,Kurama等<sup>[13-15]</sup>提出了采用预应力钢筋将混凝土墙块连接成整片摇摆墙的构造,以预应力筋的牵引实现摇摆和复位。2003年,Holden等<sup>[16]</sup>提出在摇摆墙轴线位置内插预应力钢筋、两侧设置耗能构件的摇摆构造,以耗能钢筋拉压实现耗能。2009年,Deierlein等<sup>[17]</sup>拓宽了Holden提出的摇摆机制。2015年,Michael<sup>[18]</sup>对柱脚可抬起的摇摆桁架体系实用设计方法进行了系统研究,并对该类体系减震性能进行较完整的评估。上述两类摇摆体系对应不同恢复力模型:摇摆中心固定体系滞回环饱满,耗能效率高,但无法根除产生的残余变形;摇摆中心移动体系恢复力模型多呈捏拢型或旗帜型,耗能效率较低,但通过合理设计,依靠墙体自重可根除残余变形。

既有研究已对消能摇摆结构进行了大量理论分析和试验研究,但结构地震作用的计算方法有待

进一步简化和完善。

本文提出消能摇摆结构简化分析模型,根据连续连梁法推导结构弹性计算公式,采用ANSYS软件建立有限元模型,验证计算方法的准确性。结合振型分解反应谱法,提出消能摇摆结构地震作用弹性计算方法,并通过算例验证其有效性。

## 1 消能摇摆结构

消能摇摆结构体系如图1所示。组成为:①主体结构,由3部分组成,一般为普通框架;②摇摆结构,可为钢筋混凝土剪力墙片或钢桁架;③消能阻尼器,布置于变形集中位置(摇摆结构底部),此处选用屈曲约束柱(buckling resistance column, BRC)。

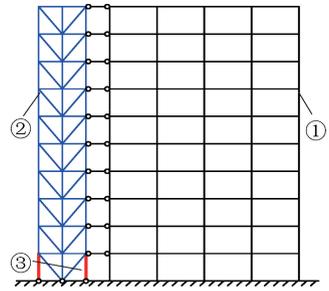


图1 消能摇摆结构体系

Fig. 1 Energy dissipation rocking structure

摇摆结构以弯曲变形为主,计算模型可简化为弯曲杆。对于钢桁架,考虑到腹杆轴向变形,根据文献<sup>[19]</sup>,其等效截面惯性矩 $I_{eq}$ 按式(1)计算。

$$I_{eq} = \frac{I}{1 + \frac{A\pi^2}{A_{lx}\lambda_x^2 \sin\alpha \cos^2\alpha}} \approx \frac{I}{1 + \frac{27A}{\lambda_x^2 A_{lx}}} \quad (1)$$

式中: $I$ 为摇摆桁架整体截面惯性矩; $\lambda_x$ 为整体截面对强轴的长细比; $A$ 为所有肢(弦杆)截面积总和; $A_{lx}$ 为同一横截面处所有缀条(腹杆)毛面积总和; $\alpha$ 为缀条水平位置倾角。

对于混凝土摇摆墙,考虑到构件剪切变形,需按荷载类型对其抗弯刚度进行折减<sup>[20]</sup>,如式(2)所示。

$$I_{eq} = \begin{cases} I_{cw} / \left( 1 + \frac{3.64\mu E_c I_{cw}}{H^2 G_c A_{cw}} \right) & (\text{倒三角荷载}) \\ I_{cw} / \left( 1 + \frac{4\mu E_c I_{cw}}{H^2 G_c A_{cw}} \right) & (\text{均布荷载}) \end{cases} \quad (2)$$

式中: $I_{cw}$ 为混凝土摇摆墙截面惯性矩; $\mu$ 为剪力不均匀系数; $H$ 为结构总高度; $G_c$ 、 $E_c$ 分别为材料剪切模量和弹性模量; $A_{cw}$ 为摇摆墙截面积。

BRC发生变形时,对摇摆结构作用1对反力偶,大小与摇摆倾角成正比,如图2所示。可将BRC等效为位于支座位置处的转动弹簧,刚度记为 $k_1$ ,按式(3)计算。

$$\begin{cases} M_{\text{BRC}} = k_1 \theta \\ k_1 = \frac{h_1 b k_{\text{BRC}}}{\tan \alpha} \end{cases} \quad (3)$$

式中:  $h_1$  为摇摆桁架底层层高;  $b$  为摇摆桁架计算宽度(即2根弦杆轴心间距);  $k_{\text{BRC}}$  为BRC弹性刚度;  $\theta$  为摇摆桁架相对于铰接支座发生的转角;  $M_{\text{BRC}}$  为BRC为摇摆桁架提供的反力矩;  $k_1$  为BRC等效弹簧计算刚度。

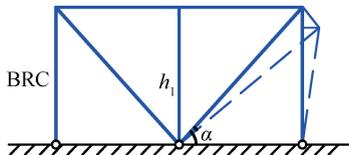


图2 BRC变形示意

Fig. 2 Deformation of BRC

基于楼面刚度无限大的假定, 框架结构可按  $D$  值法等效为剪切层模型, 结构层刚度可按式(4)计算。

$$\begin{cases} D_{ij} = \frac{12\alpha_{ij} i_{c_{-ij}}}{h_i^2} \\ D_i = \sum_j D_{ij} \end{cases} \quad (4)$$

式中:  $D_{ij}$  为第  $i$  层第  $j$  根立柱剪切刚度;  $D_i$  为第  $i$  层剪切刚度;  $\alpha_{ij}$  为第  $i$  层第  $j$  根立柱侧移刚度修正系数, 可按文献[20]取值;  $i_{c_{-ij}}$  为第  $i$  层第  $j$  根立柱弯曲线刚度;  $h_i$  为第  $i$  层层高。

由此可得消能摇摆结构简化计算模型, 如图3所示。

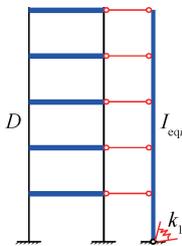


图3 等效计算模型

Fig. 3 Equivalent calculation model

主体框架简化为剪切层模型, 考虑刚性楼板假定, 第  $i$  层剪切刚度为  $D_i$ ; 摇摆结构简化为连续弯曲杆, 第  $i$  层等效截面惯性矩为  $I_{\text{eq}i}$ , 按式(1)或式(2)计算。BRC 等效为转动弹簧, 刚度为  $k_1$ 。连接摇摆结构和框架结构的连杆, 可简化为两端铰接的无限刚性杆。

## 2 结构弹性计算方法

### 2.1 基本假定与结构方程

为得到等效计算模型平衡方程, 假定如下。

1) 框架结构层模型与摇摆弹性杆水平位移沿

结构高度方向保持协调。

2) 框架结构层模型层间剪切刚度采用连续化参数  $C_F$  表达。  $C_F$  为层模型发生单位转角所产生的剪力, 可按式(5)计算。

$$\begin{cases} C_{Fi} = h_i D_i \\ C_F = \frac{\sum_i (C_{Fi} h_i)}{\sum_i h_i} \end{cases} \quad (5)$$

式中:  $C_{Fi}$  为第  $i$  层范围内框架结构层模型的连续化剪切刚度;  $h_i$  为第  $i$  层层高。

3) 在楼层刚度变化不大的情况下, 层模型层间刚度和弯曲杆抗弯刚度按式(6)等效为常数。

$$EI_w = \frac{\sum_i (E_i I_{\text{eq}i} h_i)}{\sum_i h_i} \quad (6)$$

式中:  $E_i I_{\text{eq}i}$  为摇摆桁架在第  $i$  层的等效抗弯刚度;  $EI_w$  为弯曲杆等效抗弯刚度。

进而可得等效计算模型的连续化微分方程如式(7)所示。

$$\begin{cases} \frac{d^4 y}{d\xi^4} - \lambda^2 \frac{d^2 y}{d\xi^2} = \frac{p(\xi) H^4}{EI_w} \\ \lambda = H \sqrt{\frac{C_F}{EI_w}} \\ \xi = \frac{x}{H} \end{cases} \quad (7)$$

式中:  $H$  为结构总高度;  $\xi$  为相对高度;  $y$  为结构水平侧移;  $x$  为实际高度;  $p(\xi)$  为侧向荷载分布函数。

式(7)中微分方程的边界条件如式(8)所示。

$$\begin{cases} \left. \frac{d^2 y}{d\xi^2} \right|_{\xi=1} = 0 \\ \left. \left( \frac{EI_w}{H^2} \cdot \frac{d^2 y}{d\xi^2} - \frac{k_1}{H} \cdot \frac{dy}{d\xi} \right) \right|_{\xi=0} = 0 \\ y \Big|_{\xi=0} = 0 \\ \left. \left( \frac{EI_w}{H^3} \cdot \frac{d^3 y}{d\xi^3} - \frac{C_F}{H} \cdot \frac{dy}{d\xi} \right) \right|_{\xi=1} = 0 \end{cases} \quad (8)$$

### 2.2 均布荷载工况

在均布荷载作用下, 荷载  $p(\xi)$  为常数  $q_0$ , 此时式(7)中微分方程通解可按式(9)计算。

$$\begin{cases} y = A \operatorname{sh}(\lambda \xi) + B \operatorname{ch}(\lambda \xi) + C \xi + D - \frac{q_0 H^2}{2 C_F} \xi^2 \\ V_F = C_F \frac{dy}{H d\xi} \\ V_W = -\frac{EI_w}{H^3} \frac{d^3 y}{d\xi^3} \end{cases} \quad (9)$$

式中:  $V_F$  为框架部分剪力分布;  $V_W$  为摇摆结构剪力

分布。

由4个边界条件得到系数 $A, B, C, D$ 线性方程组,求解线性方程组可得到式(9)系数计算公式,如式(10)所示。

$$\begin{cases} A = \frac{-q_0 H^2 \{HC_F [\text{ch}(\lambda) - 1] + \text{ch}(\lambda)^2 k_1\}}{\lambda^2 [\text{sh}(\lambda) C_F^2 H + \text{ch}(\lambda) k_1 C_F \lambda]} \\ B = \frac{q_0 H^2 \{HC_F \text{sh}(\lambda) + k_1 \lambda [1 + \lambda \text{sh}(\lambda)]\}}{\lambda^2 [\text{sh}(\lambda) C_F^2 H + \text{ch}(\lambda) k_1 C_F \lambda]} \\ C = \frac{q_0 H^2 [HC_F \text{sh}(\lambda) + \lambda \text{ch}(\lambda) k_1]}{\text{sh}(\lambda) C_F^2 H + \text{ch}(\lambda) k_1 C_F \lambda} \\ D = \frac{-q_0 H^2 \{HC_F \text{sh}(\lambda) + k_1 \lambda [1 + \lambda \text{sh}(\lambda)]\}}{\lambda^2 [\text{sh}(\lambda) C_F^2 H + \text{ch}(\lambda) k_1 C_F \lambda]} \end{cases} \quad (10)$$

将式(10)代入式(9)可得消能摇摆结构在均布荷载作用下侧向位移计算公式。

### 2.3 倒三角荷载工况

在倒三角荷载作用下,荷载 $p(\xi)$ 如式(11)所示。

$$p(\xi) = \xi p_0 \quad (11)$$

其中, $p_0$ 为倒三角荷载线密度幅值,此时式(7)中微分方程通解可按式(12)计算。

$$\begin{cases} y = A_1 \text{sh}(\lambda \xi) + B_1 \text{ch}(\lambda \xi) + C_1 \xi + D_1 - \frac{p_0 H^2}{6C_F} \xi^3 \\ V_F = C_F \frac{dy}{H d\xi} \\ V_W = -\frac{EI_w}{H^3} \frac{d^3 y}{d\xi^3} \end{cases} \quad (12)$$

由4个边界条件得到关于系数 $A_1, B_1, C_1, D_1$ 的线性方程组,求解线性方程组可得到式(12)系数计算公式,如式(13)所示。

$$\begin{cases} A_1 = \frac{p_0 H^2 [2C_F H + (2 - \lambda^2) k_1 \text{ch}(\lambda)]}{2\lambda^2 [\text{sh}(\lambda) C_F^2 H + \text{ch}(\lambda) k_1 C_F \lambda]} \\ B_1 = \frac{p_0 H^2 k_1 [\lambda^2 \text{sh}(\lambda) + 2\lambda - 2\text{sh}(\lambda)]}{2\lambda^2 [\text{sh}(\lambda) C_F^2 H + \text{ch}(\lambda) k_1 C_F \lambda]} \\ C_1 = \frac{p_0 H^2 (\lambda^2 - 2) [HC_F^2 \text{sh}(\lambda) + \lambda k_1 \text{ch}(\lambda)]}{2C_F \lambda^2 [\text{sh}(\lambda) C_F^2 H + \text{ch}(\lambda) k_1 C_F \lambda]} \\ D_1 = \frac{-p_0 H^2 k_1 [\lambda^2 \text{sh}(\lambda) + 2\lambda - 2\text{sh}(\lambda)]}{2\lambda^2 [\text{sh}(\lambda) C_F^2 H + \text{ch}(\lambda) k_1 C_F \lambda]} \end{cases} \quad (13)$$

### 2.4 有限元验证

为验证计算方法的准确性,采用ANSYS软件建立图3所示等效计算模型。层模型弯曲柱和摇摆弯曲杆采用beam3单元模拟,沿长度方向划分为5段;

层模型刚性楼板采用mpc184刚性梁单元(弯曲刚度无限大,单元两端刚接)模拟;摇摆弯曲杆与层模型间的连杆采用mpc184刚性杆单元(轴向刚度无限大,单元两端铰接)模拟;摇摆弯曲杆底部BRC采用combin14扭转弹簧单元模拟,转角刚度按式(3)计算;各楼层质量采用mass21单元模拟,集中质量取7000kg。模型共10层,层高三.9m。

根据式(9)~(13)中相关参数,消能摇摆结构弹性特性取决于3个因素:框架剪切刚度,即 $C_F$ ;摇摆结构刚度,即 $EI_w$ ;BRC提供的转动刚度,即 $k_1$ 。定义无量纲化比例系数 $\lambda_f, \lambda_{BRC}$ ,如式(14)所示。

$$\begin{cases} \lambda_f = \frac{C_F H^2}{EI_w} \\ \lambda_{BRC} = \frac{k_1 H}{EI_w} \end{cases} \quad (14)$$

式中: $\lambda_f$ 为无量纲框架-摇摆结构相对刚度比; $\lambda_{BRC}$ 为无量纲BRC-摇摆结构相对刚度比。

在不同侧向荷载分布形式下,改变 $\lambda_f, \lambda_{BRC}$ ,分别计算结构侧移解析解与有限元解,比较两者最大值的相对误差。 $\lambda_f$ 取12.8, $\lambda_{BRC}$ 取0.1625,1.625,16.25,162.5,解析解与有限元解相对误差如表1所示。 $\lambda_{BRC}$ 取1.625, $\lambda_f$ 依次取0.05,0.8,12.8,25.6,解析解与有限元解相对误差如表2所示。

表1 不同 $\lambda_{BRC}$ 取值下的相对误差

$\lambda_f$	$\lambda_{BRC}$	均布荷载工况下	
		相对误差/%	
12.8	0.1625	0.57	0.82
	1.6250	0.59	0.85
	16.2500	0.79	1.03
	162.5000	0.92	1.14

表2 不同 $\lambda_f$ 取值下的相对误差

$\lambda_{BRC}$	$\lambda_f$	均布荷载工况下	
		相对误差/%	
1.625	0.05	0.55	0.79
	0.80	0.56	0.81
	12.80	0.59	0.85
	25.60	0.59	0.85

由计算结果可知:①解析解与有限元解最大相对误差一般 $<1.0\%$ ,解析解精度较高;②倒三角荷载工况下相对误差高于均布荷载工况;③ $\lambda_{BRC}$ 或 $\lambda_f$ 取值越高,相对误差越大;④ $\lambda_{BRC}$ 相比于 $\lambda_f$ ,对相对误差的影响更显著。

## 3 地震作用弹性计算方法

### 3.1 自振频率

建立等效计算模型振动微分方程,如式(15)

所示。

$$EI_w \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} - C_F \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + \bar{m} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \quad (15)$$

式中: $t$ 为振动时间。

以 $m_j$ 表示集中质量, $m(x)$ 表示结构分布质量。假设可按式(16)将所有质量等效为沿结构高度均匀分布的质量,以 $\bar{m}$ 表示质量线密度。

$$\bar{m} = \frac{\sum m_j + \int_H m(x) dx}{H} \quad (16)$$

微分方程(15)的解如式(17)所示。

$$y(x, t) = Y(x) \sin(\omega t) \quad (17)$$

为表述简洁,定义参数 $l, r$ 如式(18)所示。

$$\begin{cases} 2l^2 = \frac{C_F}{EI_w} \\ r^4 = \frac{\bar{m}\omega^2}{EI_w} \end{cases} \quad (18)$$

求解特征方程如式(19)所示。

$$\begin{cases} \alpha = \sqrt{\sqrt{l^4 + r^4} + l^2} \\ \beta = \sqrt{\sqrt{l^4 + r^4} - l^2} \end{cases} \quad (19)$$

由此可得:

$$Y(x) = A_2 \operatorname{ch}(\alpha x) + B_2 \operatorname{sh}(\alpha x) + C_2 \cos(\beta x) + D_2 \sin(\beta x) \quad (20)$$

边界条件如式(21)所示。

$$\begin{cases} \left. \frac{d^2 Y}{dx^2} \right|_{x=H} = 0 \\ \left. \left( \frac{d^3 Y}{dx^3} - \frac{C_F}{EI_w} \cdot \frac{dY}{dx} \right) \right|_{x=H} = 0 \\ \left. \left( \frac{d^2 Y}{dx^2} - \frac{k_1}{E_w I_w} \cdot \frac{dY}{dx} \right) \right|_{x=0} = 0 \\ Y|_{x=0} = 0 \end{cases} \quad (21)$$

结合边界条件,可得到式(20)中4个系数 $A_2, B_2, C_2, D_2$ 线性方程组。令方程组系数矩阵的行列式为0,可得方程如式(22)所示。

$$\begin{aligned} & \beta^3(\alpha^2 + \beta^2) \sin(\beta h) \operatorname{ch}(\alpha h) + \\ & \gamma_1 \alpha \beta (\beta^2 - \alpha^2) \sin(\beta h) \operatorname{sh}(\alpha h) - \\ & \alpha^3(\alpha^2 + \beta^2) \cos(\beta h) \operatorname{sh}(\alpha h) - \\ & \gamma_1 (\alpha^4 + \beta^4) \cos(\beta h) \operatorname{ch}(\alpha h) = 2\gamma_1 \alpha^2 \beta^2 \end{aligned} \quad (22)$$

由式(18),(19)可得:

$$\alpha^2 - \beta^2 = \frac{C_F}{EI_w} \quad (23)$$

联立式(22),(23)可求解 $\alpha, \beta$ ,结构自振频率可按式(24)计算。

$$\omega = \alpha \beta \sqrt{\frac{EI_w}{\bar{m}}} \quad (24)$$

## 3.2 地震作用计算

### 3.2.1 基底剪力计算

根据振型分解反应谱法,结构第 $j$ 层质点在第 $i$ 阶振型的地震作用 $F_{ij}$ 可按式(25)计算<sup>[21]</sup>。

$$F_{ij} = \alpha_i \gamma_i \varphi_{ij} G_j \quad (25)$$

式中: $\alpha_i$ 为第 $i$ 阶振型的地震影响系数; $\varphi_{ij}$ 为结构第 $j$ 层质点在第 $i$ 阶振型的振型位移; $G_j$ 为第 $j$ 层质点质量; $\gamma_i$ 为第 $i$ 阶振型参与系数。

记 $G$ 为结构总重,可得到第 $i$ 阶振型的底部剪力 $F_i$ 。

$$\begin{cases} F_i = \frac{\alpha_i G \left( \sum_j \varphi_{ij} m_j \right)^2}{\left( \sum_j m_j \right) \left[ \sum_j \left( \varphi_{ij}^2 m_j \right) \right]} = \alpha_i \phi_i G \\ \phi_i = \frac{\left[ \sum_j \left( \varphi_{ij} m_j \right) \right]^2}{\left( \sum_j m_j \right) \left[ \sum_j \left( \varphi_{ij}^2 m_j \right) \right]} \end{cases} \quad (26)$$

式中: $\phi_i$ 为第 $i$ 阶振型质量参与系数; $m_j$ 为第 $j$ 层质点集中质量。

振型质量参与系数满足式(27)关系<sup>[22]</sup>。

$$\sum_j \phi_j = 1 \quad (27)$$

消能摇摆结构适用于6~12层<sup>[23]</sup>,一阶振型质量参与系数为0.7~0.8,二阶振型质量参与系数为0.10~0.15,基于平方和开方的计算方法<sup>[24]</sup>与式(27),可得结构总体地震作用 $F_{EK}$ 估算公式,如式(28)所示。

$$F_{EK} = \sqrt{\sum_j \left( \alpha_j \phi_j \right)^2} G \approx 0.16 \alpha_1 \sqrt{25 + \left( \frac{\alpha_2}{\alpha_1} \right)^2} G \quad (28)$$

### 3.2.2 地震作用沿结构高度的分布

振型质量参与系数反映了各阶振型对于基底剪力(即地震作用总和)的贡献。消能摇摆结构一阶振型质量参与系数 $\phi_1$ 可按式(29)估算。

$$\phi_1 \approx \frac{3n + 3}{4n + 2} \quad (29)$$

其中, $n$ 为结构层数,一般为0.7~0.8。因此,计算消能摇摆结构的地震作用,必须考虑高阶振型影响<sup>[24]</sup>。

第 $j$ 层质点在第 $i$ 阶振型的地震作用可按式(30)计算,消能摇摆结构前三阶振型形状如图4所示。

$$F_{ij} = \frac{\varphi_{ij}}{\sum_k \varphi_{ik}} F_i \quad (30)$$

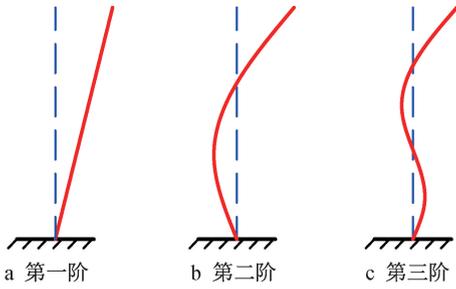


图4 结构前三阶振型形状

Fig. 4 Shapes of the first to the third modes

各阶振型对应楼层剪力可按式(31)计算。结构楼层剪力沿高度分布如图5所示,高阶振型在结构半高度位置处影响较小(B位置),在首层(C位置)和约80%高度处(A位置)影响较大,剪力分布近似呈波浪形。第*i*阶振型第*j*层楼层剪力 $S_{ij}$ 如式(31)所示。

$$S_{ij} = \sum_{k=j}^n F_{ik} \quad (31)$$

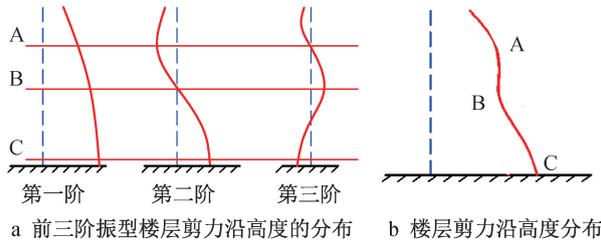


图5 楼层剪力分布

Fig. 5 Floor shear force distribution

### 3.2.3 地震作用分布计算

底部剪力法不适用于计算消能摇摆结构的地震作用<sup>[24]</sup>,为考虑高阶振型的影响,提出一种消能摇摆结构地震作用弹性计算方法;确定结构楼层剪力上限包络与下限包络;计算结构楼层剪力在上、下限包络间分布形式;计算结构各楼层地震作用。

以修正后的底部剪力法计算结果作为结构地震作用的上限包络,可按式(32)计算。

$$F'_i = \begin{cases} \frac{H_i}{\sum_j H_j} \cdot (1 - \eta) F_{Ek} & (i < n) \\ \frac{H_i}{\sum_j H_j} \cdot (1 - \eta) F_{Ek} + \eta F_{Ek} & (i = n) \end{cases} \quad (32)$$

$$S'_i = \sum_{k=i}^n F'_k \quad (33)$$

式中: $\eta$ 为顶部附加地震作用系数; $F'_i$ 为上限包络

中第*i*层地震作用; $S'_i$ 为上限包络计算所得第*i*层楼层剪力。

由于摇摆结构约束,高阶振型对消能摇摆结构顶部影响小于框架结构,按规范<sup>[24]</sup>计算的顶部附加地震作用系数偏大。假定结构在80%高度位置的楼层剪力,按振型分解反应谱法得到的计算值等于上限包络计算值,由此给出顶部附加地震作用系数 $\eta$ 改进经验公式,如式(34)所示。

$$\eta = \frac{5}{n-1} \eta_1 - \frac{2}{n-1} \quad (34)$$

$\eta_1$ 为一阶振型地震作用对总体地震作用的贡献系数,可按式(35)计算。

$$\eta_1 = \frac{5}{\sqrt{25 + \left(\frac{\alpha_2}{\alpha_1}\right)^2}} \quad (35)$$

以一阶振型对应的地震作用作为结构地震作用的下限包络,如式(36),(37)所示。

$$F_{li} = \frac{H_i}{\sum_j H_j} \cdot F_{Ek} \eta_1 \quad (36)$$

$$S_{li} = \sum_{k=i}^n F_{lk} \quad (37)$$

式中: $F_{li}$ 为一阶振型下第*i*层质点地震作用; $H_i$ 为第*i*层楼层高度; $\eta_1$ 为一阶振型地震作用对总体地震作用的贡献系数; $S_{li}$ 为一阶振型下第*i*层楼层剪力。

为研究高阶振型对楼层剪力分布的影响,假定结构在首层和80%高度位置的楼层剪力取上限包络值;在50%高度位置,结构楼层剪力取下限包络值;其他位置楼层剪力服从三角函数关系沿结构高度计算,如式(38),(39)所示。

$$S_i = S_{li} + (S'_i - S'_{li}) \frac{1 + \cos(2\pi\xi)}{2} \quad (38)$$

$$\xi = \frac{H_i - H_1}{H_{(0.8n+1)} - H_1} \quad (39)$$

式中: $S_i$ 为第*i*层楼层剪力; $S'_i$ 为上限包络计算所得第*i*层楼层剪力; $S'_{li}$ 为下限包络计算所得第*i*层楼层剪力; $\xi$ 为相对高度。

综上,消能摇摆结构地震作用可按图6所示流程计算。

### 3.3 算例验证

采用SAP2000软件,设计了10,15层消能摇摆钢框架,进行反应谱分析,并按图6流程计算结构地震作用。10层模型如图1所示,结构基本信息如表3所示。反应谱分析参数如表4所示,并给出按底部剪力法、振型分解反应谱法及本文方法计算得到

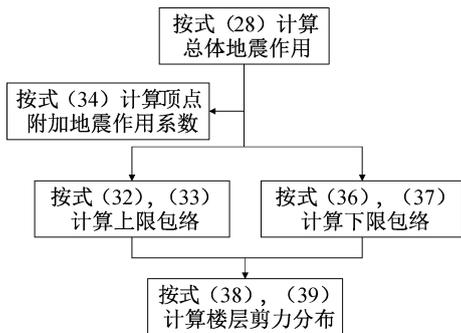


图 6 地震作用计算流程

Fig. 6 Calculation process of seismic action

的基底剪力。

表 3 模型基本信息

Table 3 Basic information of model

参数	取值	参数	取值
卓越周期/s	0.65	恒荷载/ ( $\text{kN} \cdot \text{m}^{-1}$ )	15
地震作用系数 $\alpha_{\max}$	0.16	活荷载/ ( $\text{kN} \cdot \text{m}^{-1}$ )	5
阻尼比	0.05	BRC 等效刚度/ ( $\text{N} \cdot \text{m}^{-1}$ )	$3.00 \times 10^7$
单跨跨径/ m	5	BRC 等效屈服力/ N	$2.59 \times 10^5$
首层层高/ m	4	梁截面(I形)/ mm	250×200×8×10
一般层层高/m	3.6	柱截面 1(I形)/ mm	300×280×10×14
摇摆结构 宽度/m	6	柱截面 2(I形)/ mm	300×200×10×12
钢材型号	Q345	桁架弦杆(I形)/ mm	300×280×10×14
弹性模量/ MPa	$2.06 \times 10^5$	桁架腹杆(箱形)/ mm	300×300×12×12
屈服应力/ MPa	345		

注:柱截面 1 为 1~3 层柱截面;柱截面 2 为 4 层及以上柱截面;15 层模型中 1~10 层构件截面与 10 层模型完全一致,11~15 层构件截面与 10 层模型的 6~10 层完全一致

表 4 反应谱分析基本参数及基底剪力对比

Table 4 Basic parameters of response spectrum analysis and base shear force comparison

反应谱分析结果	15 层模型	10 层模型
$\alpha_1$	0.031 0	0.035 5
$\alpha_2$	0.092	0.160
结构总质量/kg	680 185	454 085
$\eta$ (改进值)	0.164 4	0.190 4
$\eta$ (规范值)	0.374	0.262
基底剪力(振型分解反应谱法)/N	188 031	163 863
基底剪力(本文方法)/N	192 326	170 321
基底剪力(底部剪力法)/N	175 823	134 417
振型分解反应谱法与本文方法 相对误差/%	2.23	3.79
振型分解反应谱法与底部剪力法 相对误差/%	-6.94	-21.91

以振型分解反应谱法结果为基准,对于 15 层模型,按本文方法计算所得基底剪力相对误差仅为 2.23%(偏安全);按底部剪力法计算所得基底剪力相对误差达-6.94%(偏不安全)。对于 10 层模型,按本文方法计算所得基底剪力相对误差为 3.79%(偏安全),按底部剪力法计算所得基底剪力相对误差达-21.91%(偏不安全)。由此可知,相比于底部剪力法,本文方法显著提高了消能摇摆结构地震作用的计算精度,且偏于安全。

10,15 层模型按底部剪力法、本文方法、振型分解反应谱法计算所得的楼层剪力分布如图 7 所示。

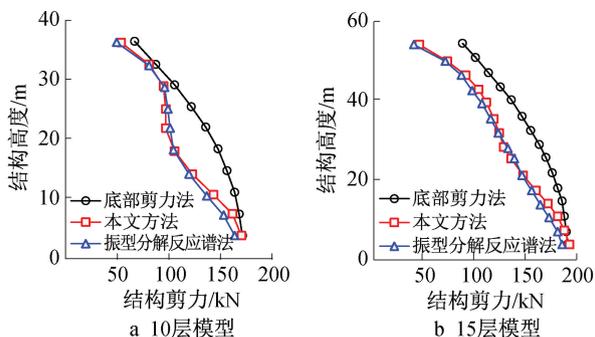


图 7 不同模型楼层剪力分布

Fig. 7 Floor shear force distribution along the height of different models

由结果可知:

1) 本文方法计算结果相比于振型分解反应谱法,基底剪力相对误差控制在 6% 以内,远低于底部剪力法计算结果,精确程度显著提高。

2) 由图 7 可知,对于楼层剪力,采用底部剪力法计算结果与振型分解反应谱法有较大误差,结构周期越长,误差越明显。因此,按规范计算的顶部附加地震作用系数  $\eta$  不适用于消能摇摆结构。

3) 消能摇摆结构在底层和 80% 高度位置的剪力接近上限包络值,在 50% 位置接近下限包络值。本文方法能相对真实地描述高阶振型对楼层剪力分布的影响,而底部剪力法不能反映这一影响。

#### 4 结语

本文研究了消能摇摆结构弹性计算方法与地震作用弹性计算方法,结论如下。

1) 消能摇摆结构可等效为剪切层-弹性弯曲杆模型,基于连续化方法推导的内力和位移计算公式较准确。

2) 相比于底部剪力法,本文提出的消能摇摆结构地震作用弹性计算方法精度更高。

3) 针对消能摇摆结构,改进顶部附加地震作用系数的计算方法,更好地反映高阶振型对结构地震

作用的影响。

4) 消能摇摆结构周期越长,底部剪力法的计算误差越大,本文提出的地震作用弹性计算方法精度优势越显著。

#### 参考文献:

- [ 1 ] 张文津,李国强,孙飞飞. 消能摇摆钢桁架-框架结构抗震性能 [ J ]. 同济大学学报(自然科学版), 2019, 47(9): 1235-1243.  
ZHANG W J, LI G Q, SUN F F. Seismic performance of energy-dissipative rocking steel truss-frame structure [ J ]. Journal of Tongji University( natural science), 2019, 47(9): 1235-1243.
- [ 2 ] HOUSNER G W. The behavior of inverted pendulum structures during earthquakes [ J ]. Bulletin of the seismological society of America, 1963, 53(2): 403-417.
- [ 3 ] MEEK J W. Dynamic response of tipping core buildings [ J ]. Earthquake engineering & structural dynamics, 1978, 6(5): 437-454.
- [ 4 ] MACRAE A G, KIMURA Y, ROEDER C. Effect of column stiffness on braced frame seismic behavior [ J ]. Journal of structural engineering, 2004, 130(3): 381-391.
- [ 5 ] HWASUNG R, ANDREI M R. Modeling and seismic response of structures with concrete rocking columns and viscous dampers [ J ]. Engineering structures, 2010, 32(8): 2096-2107.
- [ 6 ] 曲哲. 摇摆墙-框架结构抗震损伤机制控制及设计方法研究 [ D ]. 北京:清华大学, 2010.  
QU Z. Research on seismic damage mechanism control and design method of rocking wall-frame structure [ D ]. Beijing: Tsinghua University, 2010.
- [ 7 ] QU Z, WADA A, MOTOYUI S, et al. Pin - supported walls for enhancing the seismic performance of building structures [ J ]. Earthquake engineering & structural dynamics, 2012, 41(14): 2075-2091.
- [ 8 ] PAN P, WU S J, NIE X. A distributed parameter model of a frame pin-supported wall structure [ J ]. Earthquake engineering & structural dynamics, 2015, 44(10): 1643-1659.
- [ 9 ] GRIGORIAN C E, GRIGORIAN M. Performance control and efficient design of rocking-wall moment frames [ J ]. Journal of structural engineering, 2016, 142(2): 4015139.
- [ 10 ] PRIESTLEY M J N, TAO J R. Seismic response of precast prestressed concrete frames with partially debonded tendons [ J ]. Pci journal, 1993, 38(1): 58-69.
- [ 11 ] PRIESTLEY M J N, SRITHARAN S, CONLEY J R, et al. Preliminary results and conclusions from the press five-story precast concrete test building [ J ]. Pci journal, 1999, 44(6): 42-67.
- [ 12 ] AJRAB J J, GOKHAN P, JOHN B M. Rocking wall-frame structures with supplemental tendon systems [ J ]. Journal of structural engineering, 2004, 130(6): 895-903.
- [ 13 ] KURAMA Y C, PESSIKI S, SAUSE R, et al. Seismic behavior and design of unbonded post-tensioned precast concrete walls [ J ]. Pci journal, 1999, 44(3): 72-89.
- [ 14 ] KURAMA Y C. Hybrid post-tensioned precast concrete walls for use in seismic regions [ J ]. Pci journal, 2002, 47(5): 36-59.
- [ 15 ] KURAMA Y C. Seismic design of partially post-tensioned precast concrete walls [ J ]. Pci journal, 2005, 50(4): 100-125.
- [ 16 ] HOLDEN T, RESTREPO J, MANDER J B. Seismic performance of precast reinforced and prestressed concrete walls [ J ]. Journal of structural engineering, 2003, 129(3): 286-296.
- [ 17 ] DEIERLEIN G, MA X, EATHERTON M, et al. Collaborative research on development of innovative steel braced frame systems with controlled rocking and replaceable fuses [ C ] // Proceedings of Sixth International Conference on Urban Earthquake Engineering, 2009.
- [ 18 ] MICHAEL P. Seismic design for enhanced building performance using rocking steel braced frames [ J ]. Engineering structures, 2015, 83(15): 129-139.
- [ 19 ] 沈祖炎, 陈扬骥, 陈以一. 钢结构基本原理 [ M ]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2005.  
SHEN Z Y, CHEN Y J, CHEN Y Y. Basic principle of steel structure [ M ]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2005.
- [ 20 ] 包世华, 张嗣生. 高层建筑结构设计和计算 [ M ]. 北京: 清华大学出版社, 2006.  
BAO S H, ZHANG T S. Design and calculation of high-rise building structure [ M ]. Beijing: Tsinghua University Press, 2006.
- [ 21 ] 李国强, 黄宏伟, 吴迅. 工程结构荷载与可靠度设计原理 [ M ]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2005.  
LI G Q, HUANG H W, WU X. Design principle of engineering structure load and reliability [ M ]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2005.
- [ 22 ] 胡聿贤. 地震工程学 [ M ]. 北京: 地震出版社, 2006.  
HU Y X. Earthquake engineering [ M ]. Beijing: Seismological Press, 2006.
- [ 23 ] 张文津, 李国强, 孙飞飞. 消能摇摆钢桁架结构抗震性能的影响因素与设计方法 [ J ]. 建筑结构学报, 2022, 43(3): 13-20, 28.  
ZHANG W J, LI G Q, SUN F F. Influencing factors and design methods of seismic performance of energy dissipation rocking steel frame structure [ J ]. Journal of building structures, 2022, 43(3): 13-20, 28.
- [ 24 ] 中国建筑科学研究院. 建筑抗震设计规范: GB 50011—2010 (2016 年版) [ S ]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2016.  
China Academy of Building Research. Code for seismic design of buildings: GB 50011—2010 (2016 edition) [ S ]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2016.