DOI: 10.7672/sgjs2025180009

# 马蹄形盾构隧道开挖面非线性稳定性评估\*

刘小春1,谢海龙1,金 毅1,耿鹏飞1,陈光辉2,3

(1. 中铁一局集团有限公司,陕西 西安 710054; 2. 郑州大学土木工程学院,河南 郑州 450001; 3. 中南大学土木工程学院,湖南 长沙 410075)

[摘要] 岩土在外力作用下破坏多表现为非线性特征。目前尚缺乏考虑非线性破坏特性条件下马蹄形盾构隧道开挖面稳定性的研究。基于此,采用非线性 Mohr-Coulomb 失效准则表征岩土非线性破坏特性。通过对圆形旋转失稳模型改进,建立了马蹄形旋转失稳模型。在极限分析法框架下,将非线性 Mohr-Coulomb 失效准则与所构建失稳模型结合,提出了马蹄形盾构隧道开挖面非线性稳定性评估模型。研究结果表明:忽略岩土非线性破坏特性会导致隧道开挖面稳定性评估偏于不安全;马蹄形和等面积圆形隧道开挖面稳定性评估结果接近,可采用圆形隧道计算所得极限支护压力值和三维失稳面对等面积马蹄形盾构隧道开挖面稳定性进行评估。

[关键词] 隧道;盾构;开挖面;稳定性;非线性;旋转失稳模型;极限分析法

[中图分类号] U459.3

「文献标识码] A

[文章编号] 2097-0897(2025)18-0009-04

# Nonlinear Stability Analysis of Horseshoe Shield Tunnel Face

LIU Xiaochun<sup>1</sup>, XIE Hailong<sup>1</sup>, JIN Yi<sup>1</sup>, GENG Pengfei<sup>1</sup>, CHEN Guanghui<sup>2,3</sup>

China Railway First Group Co., Ltd., Xi'an, Shaanxi 710054, China; 2. School of Civil Engineering,
 Zhengzhou University, Zhengzhou, Henan 450001, China; 3. School of Civil Engineering,
 Central South University, Changsha, Hunan 410075, China)

Abstract: Geotechnical failure under external forces is mostly characterized by nonlinear feature. Few works investigate the face stability of horseshoe shield tunnel considering nonlinear failure feature. Based on this, the nonlinear failure feature is denoted by nonlinear Mohr-Coulomb failure criterion. The horseshoe rotational failure model is developed by improving the circular rotational failure model. In the context of limit analysis method, a nonlinear stability analysis model for horseshoe shield tunnel face is proposed by combining the nonlinear Mohr-Coulomb failure criterion and horseshoe rotational failure model. The results show that: Neglecting the nonlinear feature will result in unsafe estimations for tunnel face stability; Stability analysis results of horseshoe tunnel face are close to the those for circular tunnel face with equivalent area. The limit support pressure and three-dimensional failure surface for circular tunnel face can be utilized to assess the stability of horseshoe tunnel face with equivalent area.

**Keywords:** tunnels; shields; excavation face; stability; nonlinearity; rotational failure model; limit analysis method

# 0 引言

为了解决日益凸显的交通拥堵问题,各地规划和修建了大量城市地铁。由于盾构具备安全性高和对地表建筑物影响小等优势,已成为城市地铁工

程主要施工方法。在盾构施工过程中,盾构机通过向隧道开挖面提供持续的支护压力保证隧道开挖面稳定,进而控制地表变形。当施加在隧道开挖面上的持续支护压力过小时,会引发开挖面后方土体向隧道内运动,诱发隧道开挖面发生主动失稳[1-3],严重威胁盾构施工安全和影响盾构施工效率。为保证地铁盾构隧道施工安全,需确定维持开挖面稳定所需的极限支护压力值。

为了对隧道开挖面极限支护压力进行研究,国

<sup>\* 2025</sup> 年国家资助博士后研究人员计划(GZC20252112);湖南省交通科技项目(202303)

<sup>[</sup>作者简介] 刘小春,高级工程师,E-mail: liu\_t123456@163.com

<sup>[</sup>通信作者] 陈光辉,讲师,E-mail: 15700731178@ 163. com

<sup>[</sup>收稿日期] 2025-04-18

内外学者主要采用模型试验[1-2]、数值模拟[3]和理 论分析[46]等方法。相比于模型试验和数值模拟, 由于理论分析方法具备效率高、省时省力等优势, 备受国内外学者青睐[46]。近年来已有大量学者采 用极限平衡法和极限分析法对隧道开挖面稳定性 进行了针对性研究[47]。例如, Mollon 等[7] 基于离 散技术和"点生点"技术提出了圆形旋转失稳模型, 完成了对隧道开挖面主、被动稳定性研究。Di 等[6] 通过将理论计算所得孔隙水压力与 Mollon 等[7] 所 构建圆形旋转失稳模型结合,实现了对富水隧道开 挖面稳定性的上限分析。但以上研究均假定岩土 破坏遵循线性 Mohr-Coulomb 失效准则,而已有文献 证明,岩土失稳多表现为非线性破坏特征[8]。因 此,考虑岩土的非线性破坏特性,是实现对隧道开 挖面稳定性准确评估的关键和前提。Chen 等[9]基 于 Yang 等[10] 提出的岩土非线性表征式,采用 Mollon 等[7]构建的圆形旋转失稳模型进行了隧道 开挖面非线性稳定性研究。但需注意的是,以上文 献均仅局限于圆形隧道开挖面稳定性研究。实际 隧道多为异形盾构隧道,如矩形盾构隧道或马蹄形 盾构隧道等。而现有研究缺乏对考虑岩土非线性 破坏特征的异形隧道开挖面稳定性的研究。

本文拟在极限分析法框架下,建立考虑岩土非 线性破坏特征的马蹄形盾构隧道开挖面稳定性理 论分析模型。本文采用非线性 Mohr-Coulomb 失效 准则表征岩土非线性破坏特性。通过对 Mollon 等<sup>[7]</sup>所构建圆形旋转失稳模型的改进,提出了马蹄 形旋转失稳模型。在极限分析法框架下,结合非线 性 Mohr-Coulomb 失效准则和马蹄形旋转失稳模型, 计算获得了隧道开挖面极限支护压力。借助等面 积圆形盾构隧道开挖面极限支护压力值<sup>[9]</sup>验证了 本文所提出理论模型的有效性。

## 1 非线性 Mohr-Coulomb 失效准则

传统的 Mohr-Coulomb 失效准则,在岩土材料破坏时,破裂面上法向应力  $\sigma_n$  与剪应力  $\tau$  呈线性关系,因此,传统的 Mohr-Coulomb 失效准则为线性失效准则。而大量研究表明,对于岩土类材料,莫尔强度包络线在平面  $\sigma$ - $\tau$  中是一条外凸曲线,即破裂面上法向应力  $\sigma_n$  与剪应力  $\tau$  呈非线性关系<sup>[10-12]</sup>。基于此, Yang 等<sup>[10]</sup> 提出了改进的非线性 Mohr-Coulomb 失效准则可表示为:

$$\tau = c_0 \left( 1 + \frac{\sigma_{\rm n}}{\sigma} \right)^{\frac{1}{m}} \tag{1}$$

式中: $\tau$  为破裂面上剪应力; $c_0$  为初始黏聚力; $\sigma_t$  为轴向拉应力; $\sigma_n$  为破裂面上法向应力;m 为无量纲与岩土类材料性质有关的非线性系数,它描述了强度包络曲线的弯曲程度。

在式(1)中,参数  $c_0$ , $\sigma_t$ ,m 可由室内常规试验及三轴试验确定<sup>[11-12]</sup>,当 m 取值为 1 时,非线性 Mohr-Coulomb 失效准则将退化为线性 Mohr-Coulomb 失效准则。因此,线性 Mohr-Coulomb 失效准则为非线性 Mohr-Coulomb 失效准则的一个特例。

为了将式(1)所示非线性 Mohr-Coulomb 失效准则应用于岩土工程结构物稳定性评估, Yang 等<sup>[10]</sup>提出了切线技术对非线性 Mohr-Coulomb 失效准则进行了线性化处理,该方法已被证明有效并得到广泛应用<sup>[9,13-14]</sup>。通过对式(1)进行切线化处理可得到下式:

$$\tau = c_{\rm t} + \sigma_{\rm n} \tan \varphi_{\rm t} \tag{2}$$

$$\tan \varphi_{t} = \frac{\partial \tau}{\partial \sigma_{n}} \tag{3}$$

式中: $c_{\iota}$ , $\varphi_{\iota}$ 分别为切点 G 处对应的切线黏聚力和切线摩擦角,如图 1 所示。

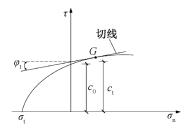


图 1 非线性 Mohr-Coulomb 失效准则及切线技术 Fig. 1 Nonlinear Mohr-Coulomb failure criterion and tangent line technique

结合式(1)~式(3),可得切线黏聚力计算公式如下:

$$c_{t} = c_{0} \frac{m - 1}{m} \left( \frac{m \sigma_{t} \tan \varphi_{t}}{c_{0}} \right)^{\frac{1}{1 - m}} + \sigma_{t} \tan \varphi_{t}$$
 (4)

由式(4)可看出,切线黏聚力是随着切线摩擦角变化的量。在本文中,切线摩擦角假定为使开挖面极限支护压力值最大的优化变量。以上是非线性 Mohr-Coulomb 失效准则与线性 Mohr-Coulomb 失效准则的最大区别。

#### 2 马蹄形旋转失稳模型

为了采用极限分析法对马蹄形盾构隧道开挖面稳定性进行研究,本节在 Mollon 等<sup>[7]</sup>提出的圆形隧道开挖面失稳模型的基础上,构建了马蹄形盾构隧道开挖面失稳模型,如图 2 所示。马蹄形盾构隧道开挖面失稳模型外轮廓为从隧道顶部 *A* 和隧道底部 *B* 出发的 2 条对数螺旋线,可用公式分别表示为:

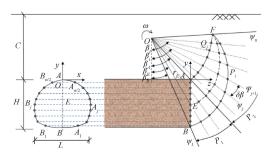


图 2 马蹄形盾构隧道开挖面失稳模型

Fig. 2 Failure mechanism for horseshoe shield tunnel face

$$r_i = r_A e^{(\beta_i - \beta_A) \tan \varphi_1} \tag{5}$$

$$r_j = r_B e^{(\beta_B - \beta_j) \tan \varphi_t}$$
 (6)

式中: $r_A$ , $r_B$  分别为点 A,B 的旋转半径; $\beta_A$ , $\beta_B$  分别 为点 A,B 的旋转角; $r_i$  为对数螺旋线 AF 上点  $P_i$  的旋转半径; $r_j$  为对数螺旋线 BF 上点  $Q_j$  的旋转半径; $\beta_i$ , $\beta_j$  分别为点  $P_i$  和  $Q_j$  的旋转角。

参考文献[7],马蹄形盾构隧道开挖面失稳模型生成过程可概括为以下步骤。

- 1)步骤 1:以隧道顶部点 A 为起点,基于式(5) 生成失稳模型外边界上一系列点  $P_i$ ,如图 2 所示。
- 2)步骤 2:以隧道底部点 B 为起点,基于式(6) 生成失稳模型外边界上一系列点  $Q_i$ ,如图 2 所示。
- 3) 步骤 3:基于线性插值方法取线  $AP_i$  和线  $BQ_j$  的交点为 F, 如图 2 所示。
- 4)步骤 4:采用离散技术对马蹄形盾构隧道开 挖面外轮廓进行离散,如图 2 所示。
- 5)步骤 5:以马蹄形外轮廓上离散点和线 AF, BF 上离散点为起点,采用 Mollon 等<sup>[7]</sup>所提出的"点生点"方法,生成马蹄形盾构隧道开挖面三维失稳面,如图 2 所示。

#### 3 开挖面极限支护压力

本节采用极限分析法,令作用在马蹄形盾构隧 道开挖面失稳模型上外力做功与内能耗散相等,计 算马蹄形盾构隧道开挖面极限支护压力如下:

$$W_{\gamma} = W_{\rm D} + W_{\sigma_{\rm T}} \tag{7}$$

式中 $:W_{\gamma},W_{\mathrm{D}},W_{\sigma_{\mathrm{T}}}$ 分别为重力功率、内能耗散和开挖面支护压力功率。

1)土重力功率 W.

土重力功率 ₩, 可表示为:

$$W_{\gamma} = \omega \gamma \sum_{i,j} \left( R_{i,j} V_{i,j} \sin \beta_{i,j} \right) \tag{8}$$

式中: $\omega$  为失稳模型绕旋转轴 O'O''的角速度; $\gamma$  为土重度; $V_{i,j}$  为失稳模型离散块体积; $R_{i,j}$  为失稳模型上离散块中心点到旋转轴 O'O''的距离,如图 3 所示。

2) 开挖面支护压力功率  $W_{\sigma_{\tau}}$ 

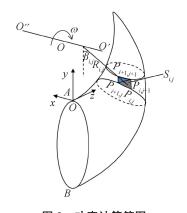


图 3 功率计算简图 Fig. 3 Power calculation

开挖面支护压力功率  $W_{\sigma_{\tau}}$  可表示为:

$$W_{\sigma_{\rm T}} = \omega \sigma_{\rm T} \sum_{i} \left( R_{j} \Sigma_{j} \cos \alpha_{j} \right) \tag{9}$$

式中: $\Sigma_j$  为马蹄形盾构隧道开挖面失稳模型上离散面面积; $R_j$ , $\alpha_j$  分别为离散面  $\Sigma_j$  中心所对应的旋转半径和旋转角。

3)内能耗散功率 W<sub>D</sub>

内能耗散功率 Wp 可表示为:

$$W_{\rm D} = \omega c_{\rm t} \cos \varphi_{\rm t} \sum_{i,j} \left( R_{i,j} S_{i,j} \right) \tag{10}$$

式中: $S_{i,j}$  为由点  $P_{i,j}$ , $P_{i,j+1}$  组成的失稳模型速度不连续面上的任一离散面; $R_{i,j}$  为离散面  $S_{i,j}$  的中心点到旋转轴 O'O''的距离,如图 3 所示。

结合式(7)~式(10),马蹄形盾构隧道开挖面极限支护压力 $\sigma_{\text{T}}$ 可表示为:

$$\sigma_{\rm T} = \gamma H N_{\gamma} - c_{\rm t} N_{\rm c} \tag{11}$$

式中: $N_{\gamma}$ , $N_{c}$  为无量纲量,分别表示土重力和黏聚力对隧道开挖面稳定性的影响。

$$N_{\gamma} = \frac{\sum_{i,j} (R_{i,j} V_{i,j} \sin \beta_{i,j})}{H \cdot \sum_{j} (R_{j} \sum_{j} \cos \beta_{j})}$$
(12)

$$N_{c} = \frac{\cos \varphi_{t} \sum_{i,j} (R_{i,j} S_{i,j})}{\sum_{i} (R_{j} \Sigma_{j} \cos \beta_{j})}$$
(13)

本节采用优化算法 fminsearch,将所有可能的  $r_E/H$ , $\beta_E$ , $\varphi_I$ ,代入式(11)计算所得最大值即为马蹄形盾构隧道开挖面极限支护压力值  $\sigma_T$ 。为了保证马蹄形盾构隧道开挖面失稳模型的合理性,参数  $r_E/H$ , $\beta_E$ , $\varphi_I$  的取值范围为:

$$\begin{cases} \frac{1}{2} \leqslant \frac{r_E}{H} \leqslant 20 \\ 0 \leqslant \beta_E \leqslant \frac{\pi}{2} \\ 1^\circ < \varphi_+ < 45^\circ \end{cases}$$
 (14)

#### 4 结果分析

不同  $\sigma_{\rm t}/c_0$ , m,  $\gamma$  情况下马蹄形盾构隧道开挖面极限支护压力值如图 4 所示, 马蹄形盾构隧道开挖面三维失稳面如图 5 所示,图 5 中所采用参数如下:  $\sigma_{\rm t}/c_0$  = 2.0,  $\gamma$  = 18kN/m³, m = 1.2。为了对本文所提出理论分析模型进行验证,图 4,5 分别给出了等面积(S = 100m²)圆形隧道开挖面极限支护压力值<sup>[9]</sup>和三维失稳面。

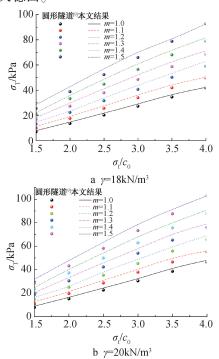


图 4 圆形和等面积马蹄形盾构隧道 开挖面极限支护压力对比

Fig. 4 Comparison between limit support pressures of circular and horseshoe shield tunnel faces with equivalent area

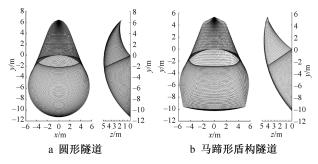


图 5 圆形和等面积马蹄形盾构隧道 开挖面三维失稳面对比

Fig. 5 Comparison between three-dimensional failure surface of circular and horseshoe shield tunnel faces with equivalent area

由图 4 可看出,等面积圆形和马蹄形盾构隧道 开挖面极限支护压力值随着参数  $\sigma_{i}/c_{0}$ ,m, $\gamma$  具有相 同的变化趋势,圆形隧道开挖面极限支护压力值和马蹄形盾构隧道开挖面极限支护压力值  $\sigma_{\rm T}$  间平均差异<7.0%。此外,由图 4 还可发现,采用非线性 Mohr-Coulomb 失效准则计算所得极限支护压力值显著大于线性 Mohr-Coulomb 失效准则情况下结果,且差异随着 m 增加而显著增大。由图 5 可看出,圆形隧道开挖面三维失稳面略大于马蹄形盾构隧道开挖面三维失稳面,但所覆盖主要失稳区域相同。由以上分析可得出结论:忽略岩土非线性破坏特性会导致隧道开挖面稳定性评估偏于不安全;马蹄形盾构隧道开挖面稳定性评估结果接近,可采用圆形隧道计算所得极限支护压力值和三维失稳面对等面积马蹄形盾构隧道开挖面稳定性进行评估。

#### 5 结语

- 1)通过对比线性和非线性 Mohr-Coulomb 失效 准则下隧道开挖面极限支护压力值可知,忽略岩土 非线性破坏特性会导致隧道开挖面稳定性评估偏 于不安全。
- 2)由对比圆形和等面积马蹄形盾构隧道开挖面极限支护压力值与三维失稳面可知,圆形和马蹄形盾构隧道开挖面稳定性评估结果较接近,可采用圆形隧道计算所得极限支护压力值和三维失稳面评估等面积马蹄形盾构隧道开挖面稳定性。

#### 参考文献:

- [1] 马少坤,韦榕宽,邵羽,等. 基于透明土的隧道开挖面稳定性 三维可视化模型试验研究及应用[J]. 岩土工程学报,2021, 43(10):1798-1806,1958. MASK, WEIRK, SHAOY, et al. 3D visual model tests on
  - MA S K, WEI R K, SHAO Y, et al. 3D visual model tests on stability of tunnel excavation surface based on transparent soil [J]. Chinese journal of geotechnical engineering, 2021, 43(10): 1798-1806, 1958.
- [ 2 ] CHEN R P, YIN X S, TANG L J, et al. Centrifugal model tests on face failure of earth pressure balance shield induced by steady state seepage in saturated sandy silt ground [ J ]. Tunnelling and underground space technology, 2018, 81:315-325.
- [ 3 ] PAN Q J, DIAS D. The effect of pore water pressure on tunnel face stability [ J ]. International journal for numerical and analytical methods in geomechanics, 2016, 40(15):2123-2136.
- [4] HUO M Z, CHEN W Z, WU G J, et al. Probabilistic analysis of tunnel face stability in spatially variable soil [J]. Tunnelling and underground space technology, 2023, 141;105327.
- [ 5 ] HUANG M S, LI Y S, SHI Z H, et al. Face stability analysis of shallow shield tunneling in layered ground under seepage flow[J]. Tunnelling and underground space technology, 2022, 119; 104201.
- [ 6 ] DI Q G, LI P F, ZHANG M J, et al. Influence of permeability anisotropy of seepage flow on the tunnel face stability [ J ]. Underground space, 2023(8):1-14.

(下转第56页)

#### 参考文献:

56

- [1] 王国民. 铜陵长江公路大桥桥墩冲刷与防护研究[C]//第二十一届全国桥梁学术会议论文集,2014.
  - WANG G M. Research on scour and protection of bridge piers of Tongling Yangtze River Highway Bridge [C]//Proceedings of the 21st National Bridge Academic Conference, 2014.
- [2] 河北省交通规划设计院. 公路工程水文勘测设计规范: JTG C30—2015[S]. 北京:人民交通出版社,2015. Hebei Provincial Communications Planning, Design and Research Institute. Hydrological specifications for survey and design of highway engineering: JTG C30—2015[S]. Beijing: China Communications Press,2015.
- [3] 王政松. 深水区无覆盖层钢栈桥基础锚固方式对比分析[J]. 铁道建筑技术,2022(1):76-81.
  - WANG Z S. Comparative analysis of foundation anchorage methods of steel trestle without overburden in deep water [J]. Railway construction technology, 2022(1):76-81.
- [4] 王云岗,章光,胡琦. 斜桩基础受力特性研究[J]. 岩土力学, 2011,32(7):2184-2190.
   WANG Y G, ZHANG G, HU Q. Study of force characteristics of battered pile foundation [J]. Rock and soil mechanics, 2011, 32(7):2184-2190.
- [5] 王晓光,程永舟,罗巍,等. 水流作用下斜桩局部冲刷及流场变化试验研究[J]. 中国海洋大学学报(自然科学版),2022,52(3):131-138.
  - WANG X G, CHENG Y Z, LUO W, et al. Experimental study of local scour and flow field alteration around an inclined pile in steady currents [J]. Periodical of Ocean University of China, 2022,52(3):131-138.

boring platform for south pylon pier foundation of Sutong Bridge

[6] 丁峰,白炳东,管义军. 苏通大桥南主塔墩钻孔平台施工关键 技术[J]. 桥梁建设,2005,35(4):55-58. DING F,BAI B D,GUAN Y J. Key techniques for construction of

#### [J]. Bridge construction, 2005, 35(4):55-58.

- [7] 胡中超.海上大型钻孔桩施工平台设计与施工[J]. 桥梁建设,2006,36(3):61-64.

  HU Z C. Design and construction of offshore large bored pile
- construction platform [ J ]. Bridge construction, 2006, 36 ( 3 ): 61-64.
  [ 8 ] 乔建军,王军,刘伟.采用 Midas Civil 软件分析钻孔平台稳定
  - 性[J].水运工程,2020(9):163-166.

    QIAO J J, WANG J, LIU W. Stability analysis of drilling platform by Midas Civil software [J]. Port & waterway engineering, 2020(9):163-166.
- [9] 中交第一航务工程勘察设计院有限公司,中交第二航务工程勘察设计院有限公司. 港口工程荷载规范: JTS 144-1—2010 [S]. 北京: 人民交通出版社, 2011.

  CCCC First Harbor Consultants Co., Ltd., CCCC Second Harbor Consultants Co., Ltd. Load code for harbour engineering: JTS 144-1—2010 [S]. Beijing: China Communications Press, 2011.
- [10] 中治京诚工程技术有限公司. 钢结构设计标准: GB 50017—2017[S]. 北京:中国建筑工业出版社,2017.
  Capital Engineering & Research Incorporation Ltd. Standard for design of steel structures: GB 50017—2017[S]. Beijing: China Architecture & Building Press,2017.
- [11] 梁发云,王琛. 桥墩基础局部冲刷防护技术的对比分析[J]. 结构工程师,2014,30(5):130-138.

  LIANG F Y, WANG C. Review on countermeasures to bridge piers from local scour[J]. Structural engineers, 2014, 30(5): 130-138.
- [12] 江胜华,周智,欧进萍. 桥墩局部冲刷防护的石块起动[J]. 泥沙研究,2013,38(4):63-67.

  JIANG S H, ZHOU Z, OU J P. Incipient motion of rocks for bridge local scour protection [J]. Journal of sediment research, 2013, 38(4):63-67.

## (上接第12页)

- [7] MOLLON G, DIAS D, SOUBRA A H. Rotational failure mechanisms for the face stability analysis of tunnels driven by a pressurized shield [J]. International journal for numerical and analytical methods in geomechanics, 2011, 35(12):1363-1388.
- [8] CAI M, KAISER P K, TASAKA Y, et al. Determination of residual strength parameters of jointed rock masses using the GSI system[J]. International journal of rock mechanics and mining sciences, 2007, 44(2):247-265.
- [ 9 ] CHEN G H, ZOU J F, QIAN Z H. Analysis of tunnel face stability with non-linear failure criterion under the pore water pressure [J]. European journal of environmental and civil engineering, 2022, 26(7):2950-2962.
- [10] YANG X L, YIN J H. Estimation of seismic passive earth pressures with nonlinear failure criterion [J]. Engineering structures, 2006, 28(3):342-348.
- [11] 王洪涛,李术才,王琦,等.非线性破坏准则下水平浅埋条形锚板抗拔承载力的极限分析[J].工程力学,2014,31(2):131-138.

- WANG H T, LI S C, WANG Q, et al. Limit analysis of ultimate pullout capacity of shallow horizontal strip anchor plate based on nonlinear failure criterion [J]. Engineering mechanics, 2014, 31(2):131-138.
- [12] 傅鹤林,常小兵,胡凯巽.非线性破坏准则下浅埋隧道的稳定性分析[J].华南理工大学学报(自然科学版),2024,52(7):107-118.
  - FU H L, CHANG X B, HU K X. Stability analysis of shallow buried tunnel under nonlinear failure criterion  $[\ J\ ]$ . Journal of South China University of Technology (natural science edition), 2024,52(7):107-118.
- [13] SUN C W, CHAI J R, LUO T, et al. Nonlinear shear-strength reduction technique for stability analysis of uniform cohesive slopes with a general nonlinear failure criterion [J]. International journal of geomechanics, 2021, 21(1):06020033.
- [14] LI Y X, YANG Z H, ZHONG J H, et al. Revisiting the face stability of circular tunnels driven in strength nonlinearity soils [J]. Computers and geotechnics, 2024, 165:105856.